

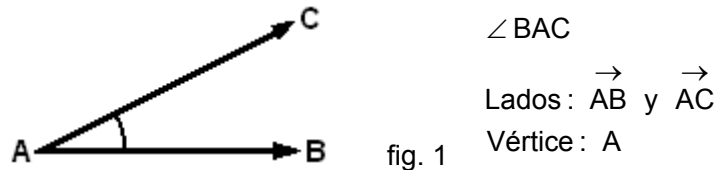
APUNTE DE ÁNGULO

INTRODUCCIÓN

Definición

Ángulo es la unión de dos rayos que tienen un mismo origen, comúnmente llamado *vértice del ángulo*. Los rayos reciben el nombre de *lados del ángulo*.

Ejemplo: En la figura 1, el ángulo lo forman los rayos \vec{AB} y \vec{AC} , llamados lados del ángulo y A es el vértice.



Simbología

El ángulo de la figura 1, tomado como ejemplo, se simboliza por:

$\angle BAC$, o bien $\angle CAB$, o simplemente $\angle A$

[Ejemplos de ángulo](#)

Medida

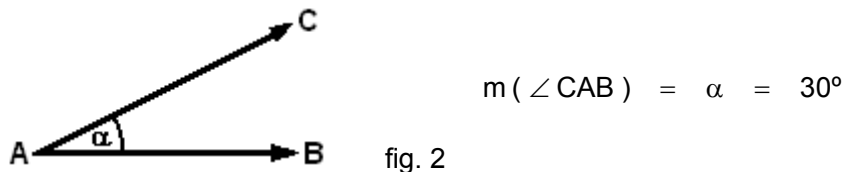
La magnitud de un ángulo se simboliza generalmente con una letra griega minúscula, y en el sistema sexagesimal se mide en grados ($^{\circ}$), minutos ($'$) y segundos ($''$), donde:

$$\text{Ángulo completo} = 360^{\circ}$$

$$1^{\circ} = 60'$$

$$1' = 60''$$

Ejemplo: En la figura 2, $\alpha = 30^{\circ}$, o bien, $m(\angle CAB) = 30^{\circ}$.



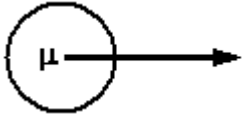


[Ejemplos de medida de ángulos](#)

Clasificación

Según su magnitud, los ángulos se clasifican en:

Ángulo agudo	Ángulo recto	Ángulo obtuso
$0^{\circ} < \alpha < 90^{\circ}$	$\beta = 90^{\circ}$	$90^{\circ} < \gamma < 180^{\circ}$

Ángulo extendido	Ángulo cóncavo	Ángulo completo
		
$\lambda = 180^\circ$	$180^\circ < \varphi < 360^\circ$	$\mu = 360^\circ$

[Ejemplos de ángulo recto](#)

[Ejemplos de ángulo agudo](#)

[Ejemplos de ángulo extendido](#)

[Ejemplos de ángulo obtuso](#)

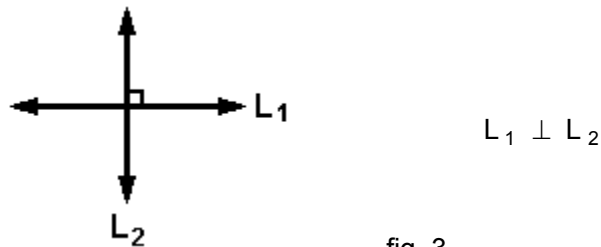
[Ejemplos de ángulo cóncavo](#)

[Ejercicios 1](#)

Perpendicularidad (\perp)

Dos rectas son perpendiculares si y sólo si son secantes y forman un ángulo recto.

Ejemplo: En la figura 3, $L_1 \perp L_2$.



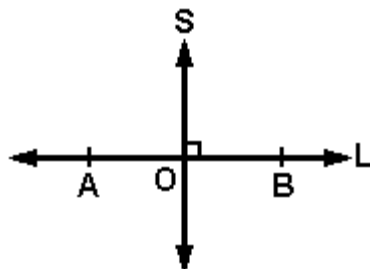
$L_1 \perp L_2$

fig. 3

Simetral

Dado un trazo, la recta que lo intercepta perpendicularmente en su punto medio se denomina simetral del trazo.

Ejemplo: En la figura 4, S es simetral de \overline{AB} .



S : Simetral de \overline{AB}

$S \perp L$

O : Punto medio de \overline{AB}

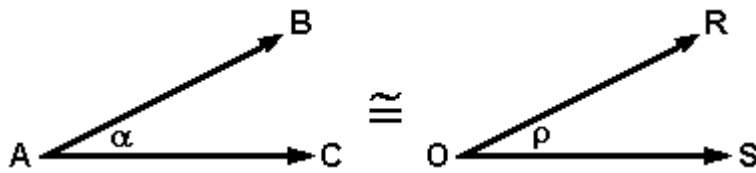
fig. 4

RELACIONES ENTRE ÁNGULOS

Ángulos congruentes (\cong)

Dos ángulos son congruentes si y sólo si tienen igual magnitud.

Ejemplo: En la figura 5, $\angle CAB \cong \angle SOR$.



$$\begin{aligned}\angle CAB &\cong \angle SOR \\ \alpha &= \rho\end{aligned}$$

fig. 5

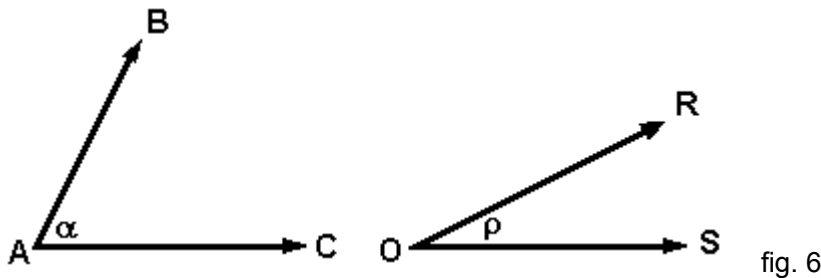
[Ejemplos de ángulos congruentes](#)

[Ejercicios 2](#)

Ángulos complementarios

Dos ángulos son complementarios si y sólo si la suma sus medidas es igual a 90° . Se dice que cada ángulo es complemento del otro.

Ejemplo: En la figura 6, $\angle CAB$ y $\angle SOR$ son complementarios.



$$\begin{aligned}\angle CAB \text{ y } \angle SOR &: \text{complementarios} \\ \alpha + \rho &= 90^\circ\end{aligned}$$

fig. 6

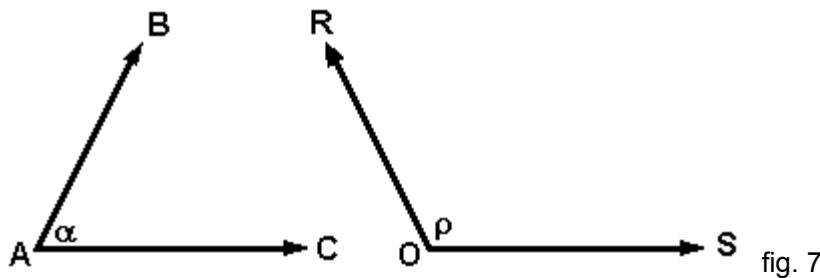
[Ejemplos de ángulos complementarios](#)

[Ejercicios 3](#)

Ángulos suplementarios

Dos ángulos son suplementarios si y sólo si la suma de sus medidas es igual a 180° . Se dice que cada ángulo es suplemento del otro.

Ejemplo: En la figura 7, $\angle CAB$ y $\angle SOR$ son suplementarios.



$$\begin{aligned}\angle CAB \text{ y } \angle SOR &: \text{suplementarios} \\ \alpha + \rho &= 180^\circ\end{aligned}$$

fig. 7

[Ejemplos de ángulos suplementarios](#)

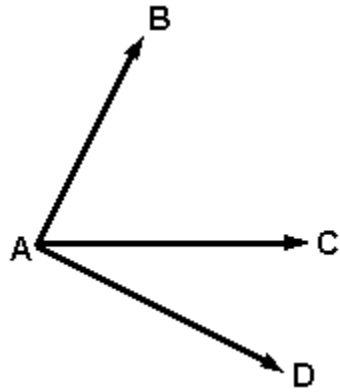
[Ejercicios 4](#)

[Ejercicios 5](#)

Ángulos adyacentes

Dos ángulos son adyacentes si y sólo si tienen el vértice y un lado común. Además sus interiores son disjuntos.

Ejemplo: En la figura 8, $\angle DAC$ y $\angle CAB$ son adyacentes.



$\angle DAC$ y $\angle CAB$: adyacentes

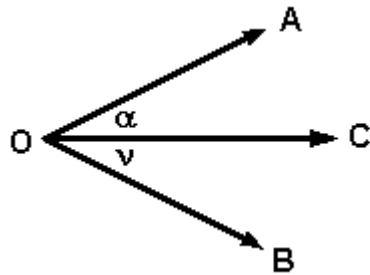
fig. 8

Observación 1: $\angle DAB$ y $\angle CAB$ no son adyacentes.

Bisectriz

Un rayo es bisectriz de un ángulo si y sólo si forma en él dos ángulos menores congruentes.

Ejemplo: En la figura 9, \overrightarrow{OC} es bisectriz del $\angle BOA$.



\rightarrow
 \overrightarrow{OC} : bisectriz de $\angle BOA$
 $\alpha = \nu$

fig. 9

Ejemplos de bisectriz

Ejercicios 6

Teorema: En cada una de las figuras siguientes, donde no hay rectas perpendiculares, siempre se cumple que:

- 1) Si dos ángulos son agudos, entonces son congruentes.
- 2) Si dos ángulos son obtusos, entonces son congruentes.
- 3) Si un ángulo es agudo y el otro es obtuso, entonces son suplementarios.

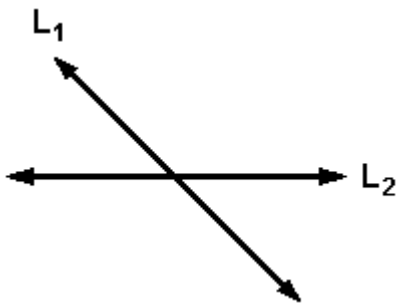


fig. 10

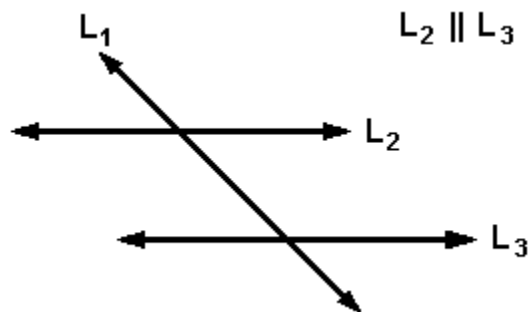


fig. 11

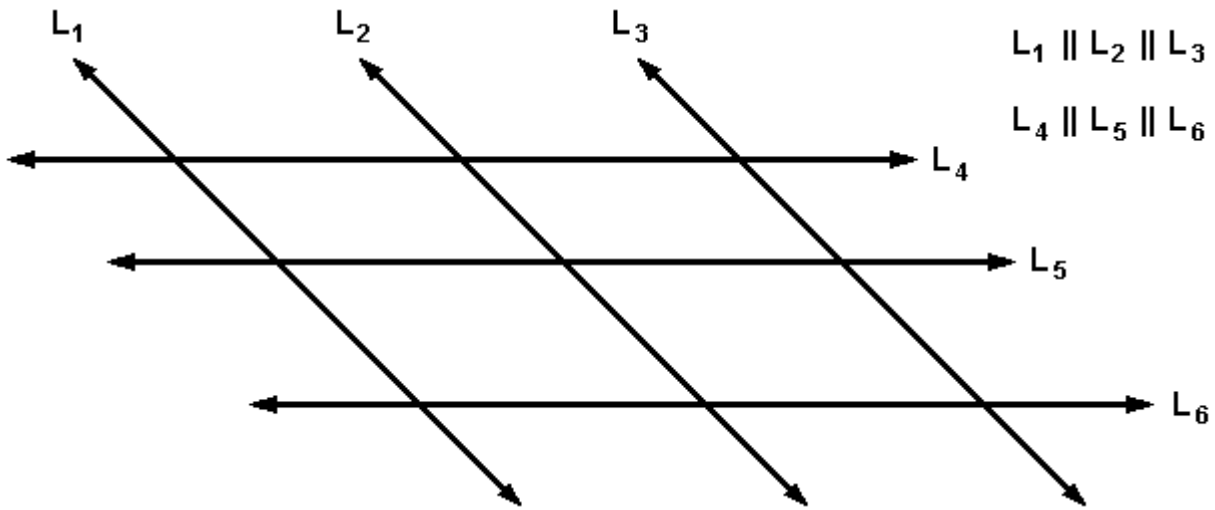


fig. 12

[Ejemplos de ángulos opuestos por el vértice](#)

[Ejercicios 7](#)

[Ejemplos de ángulos entre paralelas](#)

[Ejercicios 8](#)

BIBLIOGRAFÍA

[Ángulos \(curso interactivo en línea con examen incluido \)](#)