

## APUNTE DE ÁNGULO

### INTRODUCCIÓN

#### Definición

Ángulo es la unión de dos rayos que tienen un mismo origen, comúnmente llamado *vértice del ángulo*. Los rayos reciben el nombre de *lados del ángulo*.

Ejemplo: En la figura 1, el ángulo lo forman los rayos  $\vec{AB}$  y  $\vec{AC}$ , llamados lados del ángulo y A es el vértice.



#### Simbología

El ángulo de la figura 1, tomado como ejemplo, se simboliza por:

$\angle BAC$ , o bien  $\angle CAB$ , o simplemente  $\angle A$

### [Ejemplos de ángulo](#)

#### Medida

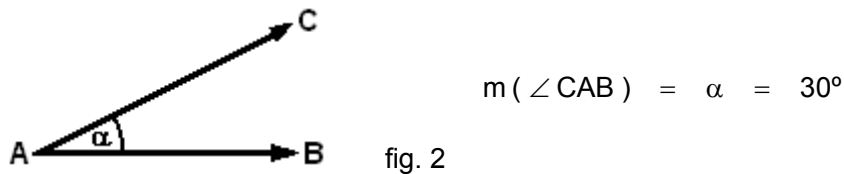
La magnitud de un ángulo se simboliza generalmente con una letra griega minúscula, y en el sistema sexagesimal se mide en grados ( $^\circ$ ), minutos ( $'$ ) y segundos ( $''$ ), donde:

$$\text{Ángulo completo} = 360^\circ$$

$$1^\circ = 60'$$

$$1' = 60''$$

Ejemplo: En la figura 2,  $\alpha = 30^\circ$ , o bien,  $m(\angle CAB) = 30^\circ$ .


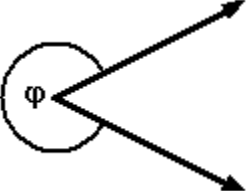
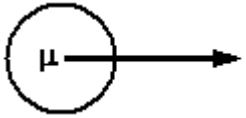


### [Ejemplos de medida de ángulos](#)

#### Clasificación

Según su magnitud, los ángulos se clasifican en:

Ángulo agudo	Ángulo recto	Ángulo obtuso
$0^\circ < \alpha < 90^\circ$	$\beta = 90^\circ$	$90^\circ < \gamma < 180^\circ$

Ángulo extendido	Ángulo cóncavo	Ángulo completo
		
$\lambda = 180^\circ$	$180^\circ < \varphi < 360^\circ$	$\mu = 360^\circ$

[Ejemplos de ángulo recto](#)

[Ejemplos de ángulo agudo](#)

[Ejemplos de ángulo extendido](#)

[Ejemplos de ángulo obtuso](#)

[Ejemplos de ángulo cóncavo](#)

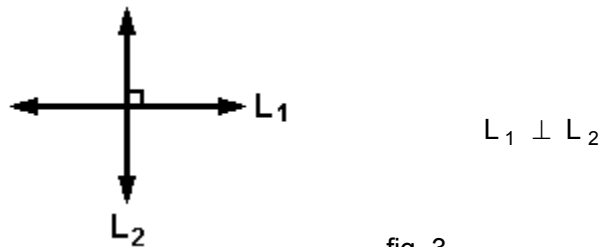
[Ejercicios 1](#)

[Prueba 1](#)

Perpendicularidad ( $\perp$ )

Dos rectas son perpendiculares si y sólo si son secantes y forman un ángulo recto.

Ejemplo: En la figura 3,  $L_1 \perp L_2$ .



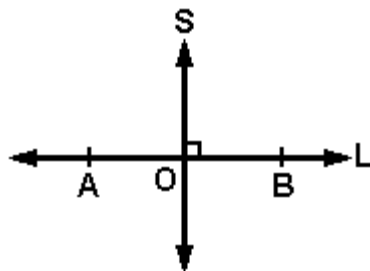
$L_1 \perp L_2$

fig. 3

Simetral

Dado un trazo, la recta que lo intercepta perpendicularmente en su punto medio se denomina simetral del trazo.

Ejemplo: En la figura 4, S es simetral de  $\overline{AB}$ .



S : Simetral de  $\overline{AB}$

$S \perp L$

O : Punto medio de  $\overline{AB}$

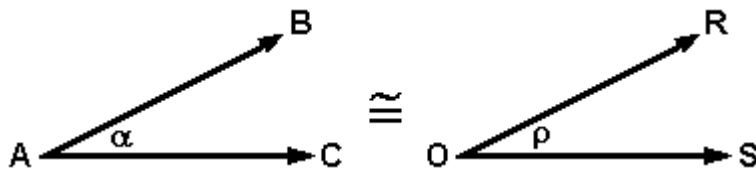
fig. 4

## RELACIONES ENTRE ÁNGULOS

### Ángulos congruentes ( $\cong$ )

Dos ángulos son congruentes si y sólo si tienen igual magnitud.

Ejemplo: En la figura 5,  $\angle CAB \cong \angle SOR$ .



$$\begin{aligned}\angle CAB &\cong \angle SOR \\ \alpha &= \rho\end{aligned}$$

fig. 5

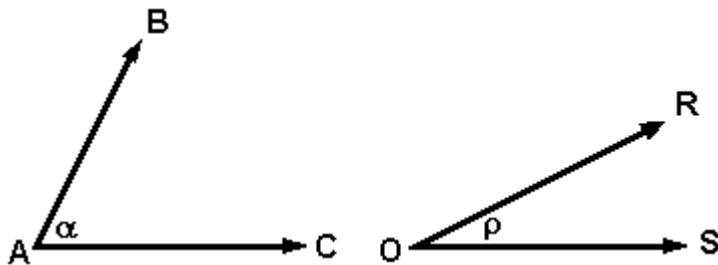
[Ejemplos de ángulos congruentes](#)

[Ejercicios 2](#)

### Ángulos complementarios

Dos ángulos son complementarios si y sólo si la suma sus medidas es igual a  $90^\circ$ . Se dice que cada ángulo es complemento del otro.

Ejemplo: En la figura 6,  $\angle CAB$  y  $\angle SOR$  son complementarios.



$$\begin{aligned}\angle CAB \text{ y } \angle SOR &: \text{complementarios} \\ \alpha + \rho &= 90^\circ\end{aligned}$$

fig. 6

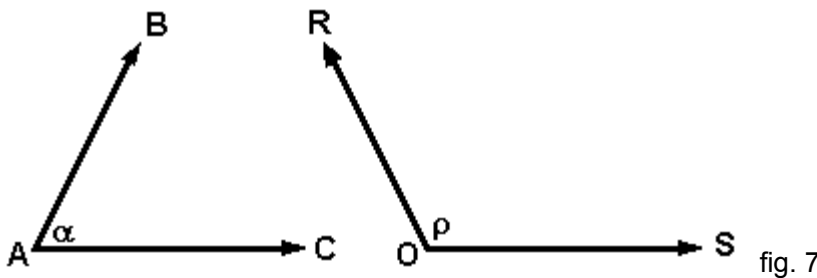
[Ejemplos de ángulos complementarios](#)

[Ejercicios 3](#)

### Ángulos suplementarios

Dos ángulos son suplementarios si y sólo si la suma de sus medidas es igual a  $180^\circ$ . Se dice que cada ángulo es suplemento del otro.

Ejemplo: En la figura 7,  $\angle CAB$  y  $\angle SOR$  son suplementarios.



$$\begin{aligned}\angle CAB \text{ y } \angle SOR &: \text{suplementarios} \\ \alpha + \rho &= 180^\circ\end{aligned}$$

fig. 7

[Ejemplos de ángulos suplementarios](#)

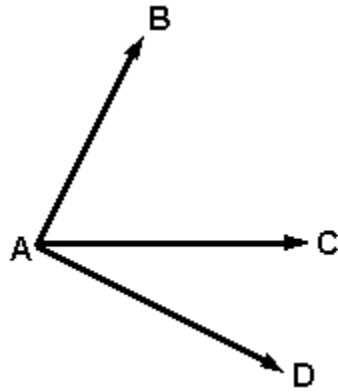
[Ejercicios 4](#)

[Ejercicios 5](#)

## Ángulos adyacentes

Dos ángulos son adyacentes si y sólo si tienen el vértice y un lado común. Además sus interiores son disjuntos.

Ejemplo: En la figura 8,  $\angle DAC$  y  $\angle CAB$  son adyacentes.



$\angle DAC$  y  $\angle CAB$  : adyacentes

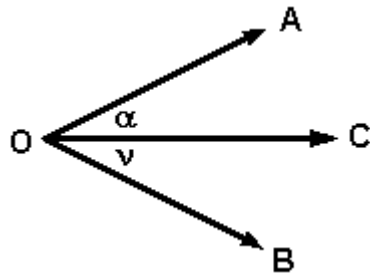
fig. 8

Observación 1:  $\angle DAB$  y  $\angle CAB$  no son adyacentes.

## Bisectriz

Un rayo es bisectriz de un ángulo si y sólo si forma en él dos ángulos menores congruentes.

Ejemplo: En la figura 9,  $\overrightarrow{OC}$  es bisectriz del  $\angle BOA$ .



$\rightarrow$   
 $\overrightarrow{OC}$  : bisectriz de  $\angle BOA$   
 $\alpha = \nu$

fig. 9

## Ejemplos de bisectriz

### Ejercicios 6

Teorema: En cada una de las figuras siguientes, donde no hay rectas perpendiculares, siempre se cumple que:

- 1) Si dos ángulos son agudos, entonces son congruentes.
- 2) Si dos ángulos son obtusos, entonces son congruentes.
- 3) Si un ángulo es agudo y el otro es obtuso, entonces son suplementarios.

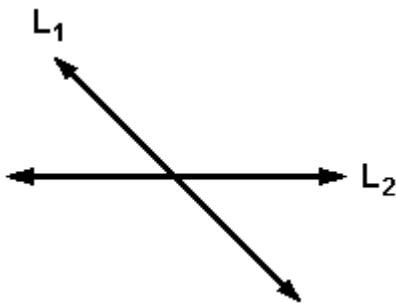


fig. 10

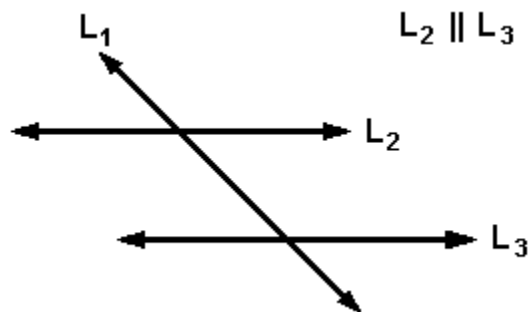


fig. 11

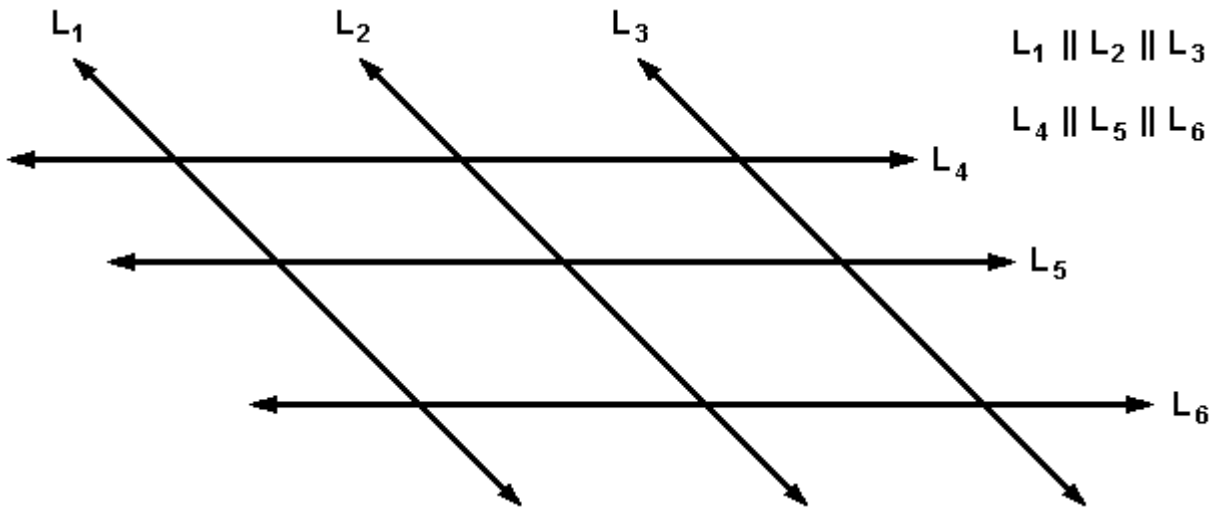


fig. 12

[Ejemplos de ángulos opuestos por el vértice](#)

[Ejercicios 7](#)

[Ejemplos de ángulos entre paralelas](#)

[Ejercicios 8](#)

BIBLIOGRAFÍA

[Ángulos \( curso interactivo en línea con examen incluido \)](#)