

CONJUNTO

CONJUNTO

La idea de conjunto es una idea intuitiva. Se representa generalmente por una letra mayúscula.

Ejemplo 1: $C = \{ \text{átomo}, d, \text{mesa}, \text{perro} \}$

ELEMENTO

Elemento es todo aquello que constituye a un conjunto dado. En el ejemplo 1, la letra d es un elemento del conjunto C .

Observación 1: En un conjunto dado ninguno de sus elementos debe aparecer repetido.

Ejemplo 2: $B = \{ a, a, b \}$, debe escribirse: $B = \{ a, b \}$

Observación 2: Un conjunto formado por un solo elemento es conceptualmente distinto a dicho elemento.

Ejemplo 3: $\{ v \}$ es distinto a v

RELACIÓN DE PERTENENCIA (\in)

Si un elemento está en un conjunto dado, se dice que pertenece a él y ésto se indica mediante el símbolo \in .

En el ejemplo 1, $d \in C$

Para indicar lo contrario se usa \notin .

En el ejemplo 2, $d \notin B$

DETERMINACIÓN DE UN CONJUNTO

Por extensión

Indicando cada uno de los elementos que lo forman.

Ejemplo 4: $D = \{ \text{Gabriela Mistral}, \text{Pablo Neruda} \}$.

Por comprensión

Indicando alguna (s) propiedad (es) que cumple (n) cada uno de sus elementos y solamente ellos.

En el ejemplo 4:

$D = \{ \text{Poetas chilenos que han obtenido el Premio Nobel de Literatura} \}$

UNIVERSO, ESPACIO, CONJUNTO REFERENCIAL (U)

Se nombra así al conjunto formado por todos los elementos de un tema dado.

Ejemplo 5: $U = \{ a, e, i, o, u \}$ (Tema: vocales minúsculas del abecedario castellano)

CONJUNTO VACÍO (\emptyset)

Es el conjunto que no tiene elementos. También puede decirse que ningún elemento del universo cumple la condición dada en él.

Ejemplo 6: $\{ \text{Especies de insectos de 10 patas} \} = \{ \} = \emptyset$

Observación: $\{ \emptyset \} \neq \emptyset$

RELACIÓN DE IGUALDAD (=)

Dos conjuntos son iguales si y sólo si cada elemento de A es un elemento de B y vice versa.

$$A = B \Leftrightarrow \forall x (x \in A \Leftrightarrow x \in B)$$

Ejemplo 7: $\{1, 2, 3\} = \{2, 1, 3\}$

Propiedades

Reflexividad: $\forall A (A = A)$

Simetría: $\forall A \forall B (A = B \Rightarrow B = A)$

Transitividad: $\forall A \forall B \forall C (A = B \wedge B = C \Rightarrow A = C)$

RELACIÓN DE INCLUSIÓN (\subset)

Sean A y B conjuntos, entonces A está incluido en B, o bien A es un subconjunto de B, si y sólo si cada elemento de A lo es también de B.

$$A \subset B \Leftrightarrow \forall x (x \in A \Rightarrow x \in B)$$

Ejemplo 8: Si $A = \{p, q\}$ y $B = \{m, n, p, q, r\}$, entonces $A \subset B$

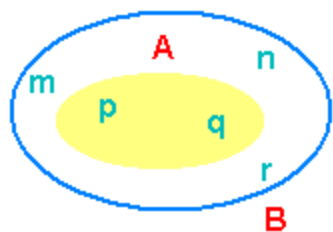


Diagrama de Venn – Euler



Diagrama lineal

Propiedades

$$\forall A (\emptyset \subset A \wedge A \subset U)$$

Reflexividad: $\forall A (A \subset A)$

Antisimetría: $\forall A \forall B (A \subset B \wedge B \subset A \Rightarrow A = B)$

Transitividad: $\forall A \forall B \forall C (A \subset B \wedge B \subset C \Rightarrow A \subset C)$

© NELSON LILLO TERÁN

Junio 2017

<http://www.eneayudas.cl>

matematicayciencias@gmail.com

+56998581588

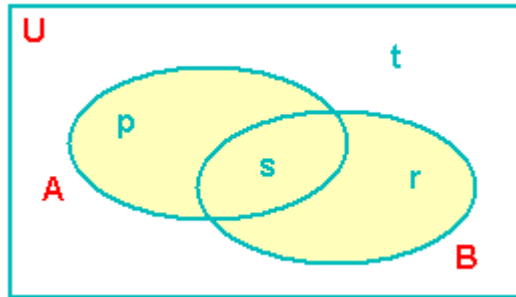
OPERACIONES ENTRE CONJUNTOS

Para ejemplificar, sean $U = \{p, r, s, t\}$, $A = \{p, s\}$ y $B = \{r, s\}$

Unión o reunión (\cup)

El conjunto $A \cup B$ está formado solamente por todos los elementos que pertenecen a A, o a B, o a ambos.

$$A \cup B = \{x: x \in A \vee x \in B\} = \{p, r, s\}$$

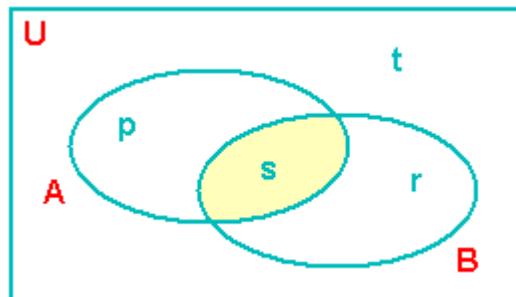


[Ejemplos de unión](#)

Intersección (\cap)

El conjunto $A \cap B$ está formado solamente por todos los elementos que pertenecen a A y a B simultáneamente.

$$A \cap B = \{x: x \in A \wedge x \in B\} = \{s\}$$

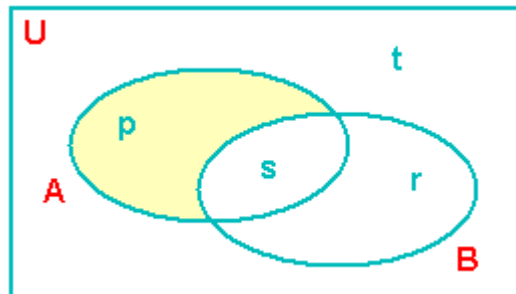


[Ejemplos de intersección](#)

Diferencia ($-$)

El conjunto $A - B$ está formado solamente por todos los elementos que pertenecen a A, pero que no pertenecen a B.

$$A - B = \{x: x \in A \wedge x \notin B\} = \{p\}$$

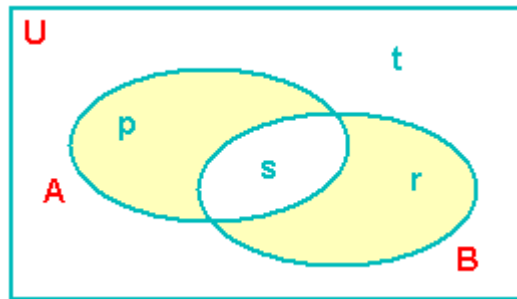


[Ejemplos de diferencia](#)

Diferencia simétrica (Δ)

El conjunto $A \Delta B$ está formado solamente por todos los elementos que pertenecen a A o a B, pero no a ambos.

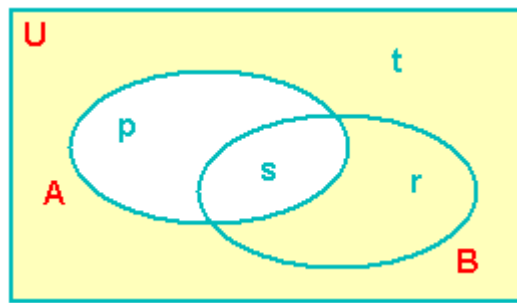
$$A \Delta B = \{x : x \in A \oplus x \in B\} = \{p, r\}$$



Complemento (') (c)

El conjunto A' está formado solamente por todos los elementos del U que no pertenecen a A.

$$A' = \{x : x \notin A\} = \{r, t\}$$



Ejemplos de complemento

Observación 3: Dos conjuntos son disjuntos si y sólo si no tienen elementos comunes, es decir, su intersección es vacía.

Ejemplo 9: $A \cap A' = \emptyset \therefore A$ y A' son disjuntos

FAMILIA DE CONJUNTOS

Un conjunto puede estar formado por conjuntos, en este caso se habla de conjunto, familia o colección de conjuntos.

Un ejemplo de esto es lo que se da a continuación.

CONJUNTO POTENCIA

Sea A un conjunto dado, entonces su conjunto potencia, $P(A)$, está formado por todos los subconjuntos de A y sólo por ellos.

$$P(A) = \{X : X \subset A\}$$

Además:

$$\#P(A) = 2^{\#A}$$

Ejemplo 10: Sea $A = \{a, b, e\}$, entonces:

$$P(A) = \{\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{e\}, \{a, b\}, \{a, e\}, \{b, e\}, A\}$$

Propiedades

$$P(\emptyset) = \{\emptyset\}$$

$$A = B \Leftrightarrow P(A) = P(B)$$

$$A \subset B \Leftrightarrow P(A) \subset P(B)$$

$$P(A) \cap P(B) = P(A \cap B)$$

$$P(A) \cup P(B) \subset P(A \cup B)$$

PAR ORDENADO

Par ordenado es una pareja de elementos en un orden dado.

Ejemplo 11: (x, y)

Teoremas

$$\forall x \forall y \forall z \forall w ((x, y) = (z, w) \Leftrightarrow x = z \wedge y = w)$$

$$\forall x \forall y ((x, y) = (y, x) \Leftrightarrow x = y)$$

PRODUCTO CARTESIANO

Dados dos conjuntos A y B su producto cartesiano $(A \times B)$ se define así:

$$A \times B = \{(x, y) : x \in A \wedge y \in B\}$$

Ejemplo 12: Sean $A = \{a, b, c\}$ y $B = \{d, e\}$, entonces su producto cartesiano es:

$$A \times B = \{(a, d), (a, e), (b, d), (b, e), (c, d), (c, e)\}$$