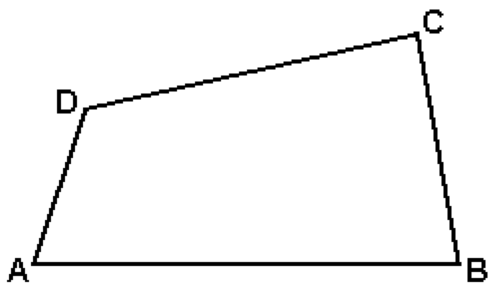
CUADRILÁTERO

INTRODUCCIÓN

Teorema 1: en cada cuadrilátero la suma de las magnitudes de sus ángulos interiores es igual a 360°.

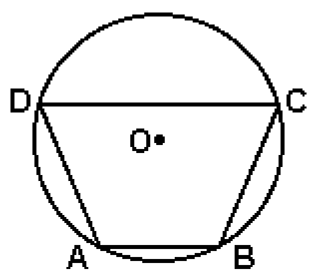
Ejemplo:



$\angle A + \angle B + \angle C + \angle D = 360^\circ$

Teorema 2: Un cuadrilátero se inscribe en una circunferencia, si y sólo si sus ángulos opuestos son suplementarios.

Ejemplo:

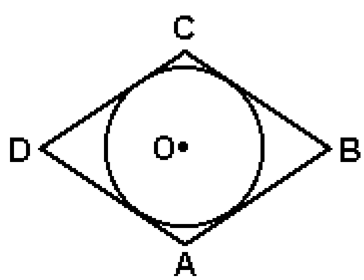


$\angle A + \angle C = \angle B + \angle D = 180^\circ$

Ejemplos 1

Teorema 3: un cuadrilátero inscribe a una circunferencia, si y sólo si las sumas de las medidas de sus dos pares de lados opuestos son iguales.

Ejemplo:



$AB + CD = BC + DA$

Ejemplos 2

© NELSON LILLO TERÁN
Junio 2017
http://www.eneayudas.cl
matematicayciencias@gmail.com
+56998581588

CLASIFICACIÓN

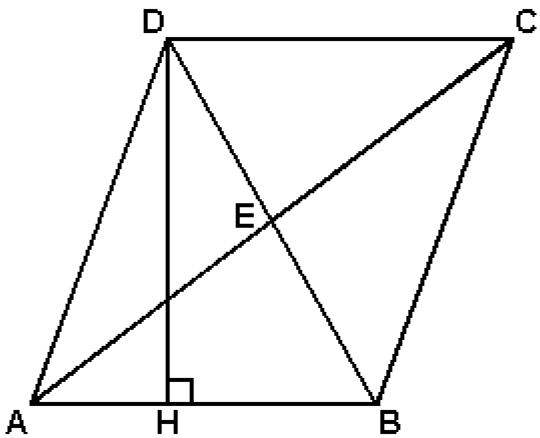
Los cuadriláteros se pueden clasificar, según el número de lados opuestos paralelos, en:

- Paralelógramos: Cuadriláteros con dos pares de lados paralelos.
- Trapecios: Cuadriláteros con sólo un par de lados paralelos.
- Trapezoides: Cuadriláteros sin ningún par de lados paralelos.

PARALELÓGRAMO

Un cuadrilátero es un paralelógramo, si sus dos pares de lados opuestos son paralelos.

Ejemplo:



$\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ y $\overline{BC} \parallel \overline{DA}$

Perímetro $= 2(AB + BC)$

Área $= AB \times DH$ $(\overline{DH}:$ Altura $)$

Propiedades:

$AB = CD$ y $BC = DA$

$AE = CE$ y $BE = DE$

$\angle BAD \cong \angle DCB$ y $\angle CBA \cong \angle ADC$

$\Delta ABD \cong \Delta CDB$ y $\Delta BCA \cong \Delta DAC$

$\Delta ABE \cong \Delta CDE$ y $\Delta BCE \cong \Delta DAE$

ΔABE , ΔCDE , ΔBCE y ΔDAE tienen áreas iguales

Ejemplos 3

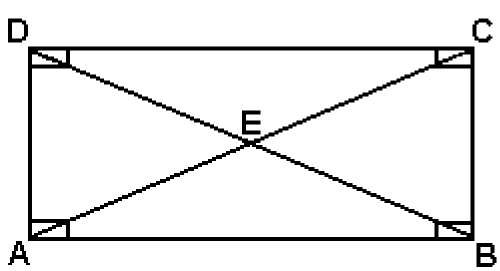
Ejemplos 4

Ejemplos 5

Rectángulo

Un paralelógramo es un rectángulo, si sus cuatro ángulos interiores son congruentes (rectos).

Ejemplo:



$\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ y $\overline{BC} \parallel \overline{DA}$

$\angle BAD$, $\angle DCB$, $\angle CBA$ y $\angle ADC$ son rectos

Perímetro $= 2(AB + BC)$

Área $= AB \times BC$

Propiedades:

$\overline{AC} \cong \overline{BD}$

$AE = CE = BE = DE$

$\Delta ABC \cong \Delta CDA \cong \Delta BCD \cong \Delta DAB$ (rectángulos)

ΔABE , ΔCDE , ΔBCE y ΔDAE son isósceles

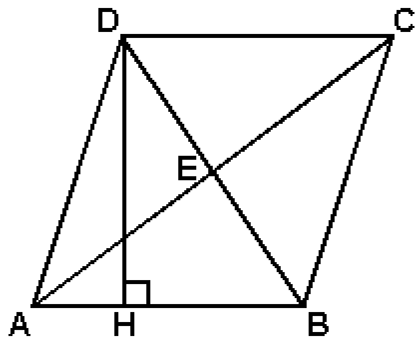
Ejemplos 6

http://www.eneayudas.cl
matematicayciencias@gmail.com
+56998581588

Rombo

Un paralelógramo es un rombo, si sus cuatro lados son congruentes.

Ejemplo:



$\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ y $\overline{BC} \parallel \overline{DA}$

$AB = BC = CD = DA$

$\text{Perímetro} = 4\ AB$

$\text{Área} = AB \times DH = \dfrac{AC \times BD}{2}$

Propiedades:

$\overline{AC} \perp \overline{BD}$

$\overline{AC}$ bisecta a $\angle BAD$ y $\angle DCB$

$\overline{BD}$ bisecta a $\angle CBA$ y $\angle ADC$

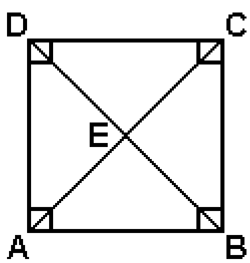
$\Delta ABE \cong \Delta CDE \cong \Delta BCE \cong \Delta DAE$

Ejemplos 7

Cuadrado

Un paralelógramo es un cuadrado, si es un cuadrilátero regular.

Ejemplo:



$\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ y $\overline{BC} \parallel \overline{DA}$

$AB = BC = CD = DA$

$\angle BAD$, $\angle DCB$, $\angle CBA$ y $\angle ADC$ son rectos

$\text{Perímetro} = 4\ AB$

$\text{Área} = (AB)^2 = \dfrac{(AC)^2}{2}$

Propiedades:

$AC = BD = AB\sqrt{2}$

$\overline{AC} \perp \overline{BD}$

$\overline{AC}$ bisecta a $\angle BAD$ y $\angle DCB$

$\overline{BD}$ bisecta a $\angle CBA$ y $\angle ADC$

$\Delta ABC \cong \Delta CDA \cong \Delta BCD \cong \Delta DAB$ (rectángulos isósceles)

$\Delta ABE \cong \Delta CDE \cong \Delta BCE \cong \Delta DAE$ (rectángulos isósceles)

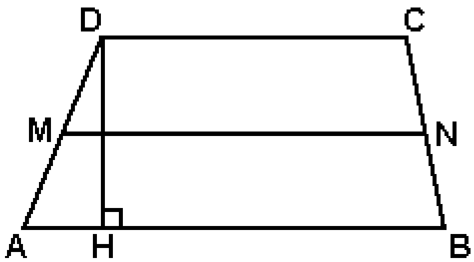
Ejemplos 8

Junio 2017
http://www.eneayudas.cl
matematicayciencias@gmail.com
+56998581588

TRAPECIO

Un cuadrilátero es un trapecio, si tiene un y sólo un par de lados paralelos, los cuales reciben el nombre de bases.

Ejemplo:



$\overline{AB} \parallel \overline{CD}$

$AM = DM$ y $BN = CN$

$\overline{MN}$: Mediana

$\overline{DH}$: Altura

$$MN = \frac{AB + CD}{2}$$

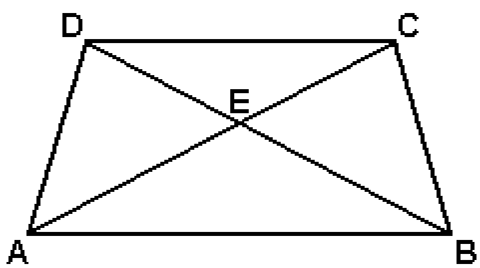
$\text{Perímetro} = AB + BC + CD + DA$

$\text{Área} = MN \times DH$

Trapecio isósceles

Un trapecio es isósceles, si sus lados no paralelos son congruentes.

Ejemplo:



$\overline{AB} \parallel \overline{CD}$

$BC = DA$

Propiedades:

$\angle BAD \cong \angle CBA$ y $\angle DCB \cong \angle ADC$

$\Delta ABE \sim \Delta CDE$ (isósceles) y $\Delta BCE \cong \Delta DAE$

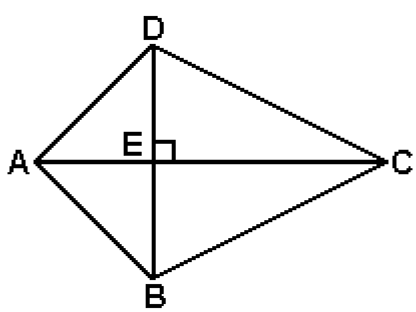
TRAPEZOIDE

Un cuadrilátero es un trapezoide, si no tiene lados paralelos.

Deltoide

Un trapezoide es un deltoide, si tiene dos pares de lados adyacentes congruentes.

Ejemplo:



$AB = DA$ y $BC = CD$

$\text{Perímetro} = 2(AB + BC)$

$$\text{Área} = \frac{AC \times BD}{2}$$

Propiedades:

$BE = DE$

$\overline{AC} \perp \overline{BD}$

$\overline{AC}$ bisecta a $\angle BAD$ y $\angle DCB$

Ejemplos 9

Junio 2017
http://www.eneayudas.cl
matematicayciencias@gmail.com
+56998581588