

DESIGUALDAD

AXIOMAS DE ORDEN EN \mathbb{R}

Sea $\mathbb{R}^+ \subset \mathbb{R}$, tal que:

1) $0 \notin \mathbb{R}^+$

2) Si $a \in \mathbb{R}$, entonces una y sólo una de las siguientes afirmaciones es verdadera:

i) $a = 0$

ii) $a \in \mathbb{R}^+$

iii) $-a \in \mathbb{R}^+$

3) Si $a \in \mathbb{R}^+$ y $b \in \mathbb{R}^+$, entonces:

$$a + b \in \mathbb{R}^+ \quad \text{y} \quad ab \in \mathbb{R}^+$$

DEFINICIONES

1) $a < b \Leftrightarrow b - a \in \mathbb{R}^+$

2) $a > b \Leftrightarrow a - b \in \mathbb{R}^+$

3) $a \leq b \Leftrightarrow a < b \vee a = b$

4) $a \geq b \Leftrightarrow a > b \vee a = b$

PROPIEDADES

1) $a \in \mathbb{R}^+ \Leftrightarrow a > 0$

2) $-a \in \mathbb{R}^+ \Leftrightarrow a < 0$

3) $a > b \Leftrightarrow -a < -b$

Ejemplo: $7 > 4 \Leftrightarrow -7 < -4$

4) $a < b \Leftrightarrow a + c < b + c$

Ejemplos: $3 < 5 \Leftrightarrow 3 + 4 < 5 + 4 \quad (7 < 9)$

$3 < 5 \Leftrightarrow 3 - 1 < 5 - 1 \quad (2 < 4)$

5) $c > 0 \Rightarrow (a < b \Leftrightarrow ac < bc)$

Ejemplo: $2 < 4 \Leftrightarrow 2 \times 3 < 4 \times 3 \quad (6 < 12)$

6) $c < 0 \Rightarrow (a < b \Leftrightarrow ac > bc)$

Ejemplo: $2 < 4 \Leftrightarrow 2 \times (-3) > 4 \times (-3) \quad (-6 > -12)$

7) $ab > 0 \Rightarrow (a < b \Leftrightarrow a^{-1} > b^{-1})$

Ejemplos: $2 < 5 \Leftrightarrow 1/2 > 1/5$

$-5 < -2 \Leftrightarrow -1/5 > -1/2$

8) $(a < b \wedge c < d) \Rightarrow (a + c < b + d)$

Ejemplo: $2 < 7 \wedge -5 < -3 \Rightarrow 2 - 5 < 7 - 3 \quad (-3 < 4)$

Sean a, b, c y d números reales positivos y n número natural mayor que 1, entonces:

$$9) (a < b \wedge c < d) \Rightarrow ac < bd$$

$$\text{Ejemplo: } 3 < 7 \wedge 4 < 6 \Rightarrow 3 \times 4 < 7 \times 6 \quad (12 < 42)$$

$$10) a < b \Leftrightarrow a^n < b^n$$

$$\text{Ejemplo: } 4 < 9 \Leftrightarrow 4^2 < 9^2 \quad (16 < 81)$$

$$11) a < b \Leftrightarrow \sqrt[n]{a} < \sqrt[n]{b}$$

$$\text{Ejemplo: } 4 < 9 \Leftrightarrow \sqrt{4} < \sqrt{9} \quad (2 < 3)$$

INTERVALOS

$$1) \{x: a \leq x \leq b\} = [a; b]$$



$$2) \{x: a < x < b\} =]a; b[= (a; b)$$



$$3) \{x: a \leq x < b\} = [a; b[= [a; b)$$



$$4) \{x: a < x \leq b\} =]a; b] = (a; b]$$



$$5) \{x: x \geq a\} = [a; +\infty[= [a; +\infty)$$



$$6) \{x: x > a\} =]a; +\infty[= (a; +\infty)$$



$$7) \{x: x \leq a\} =]-\infty; a] = (-\infty; a]$$



$$8) \{x: x < a\} =]-\infty; a[= (-\infty; a)$$

