GEOMETRÍA ANALÍTICA

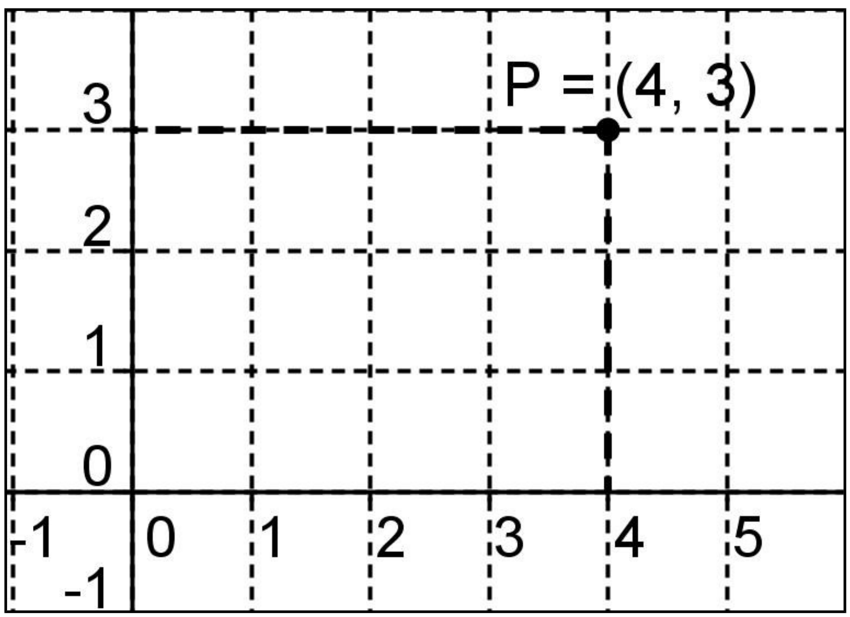
INTRODUCCIÓN

Sistema coordenado rectangular

Dado un plano cualquiera, un sistema coordenado rectangular en él, está formado por dos rectas dirigidas, perpendiculares entre sí, llamadas ejes de coordenadas. Al eje X se le denomina eje de las abscisas, al eje Y, eje de las ordenadas y al punto O, de intersección de ambas rectas, origen.

A cada punto P del plano le corresponde un y sólo un par ordenado de números reales, llamados coordenadas de P y es la representación analítica de P. Así también, a cada par ordenado de números reales le corresponde un y sólo un punto P del plano, éste es la representación geométrica o gráfica de dicho par ordenado.

GRÁFICO Nº 1	
Coordenadas del punto P :	(4 , 3)
Abscisa del punto P :	4
Ordenada del punto P :	3



Apunte interactivo 1

Ejercicios 1.1

Ejercicios 1.2

Febrero 2017
http://www.eneayudas.cl
matematicayciencias@gmail.com
(2)23169001 – (9)98581588

DISTANCIA ENTRE DOS PUNTOS

Dados dos puntos cualesquiera del plano, $A(x_1, y_1)$ y $B(x_2, y_2)$, su distancia AB, está dada por la fórmula:

$$\mathbf{AB} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

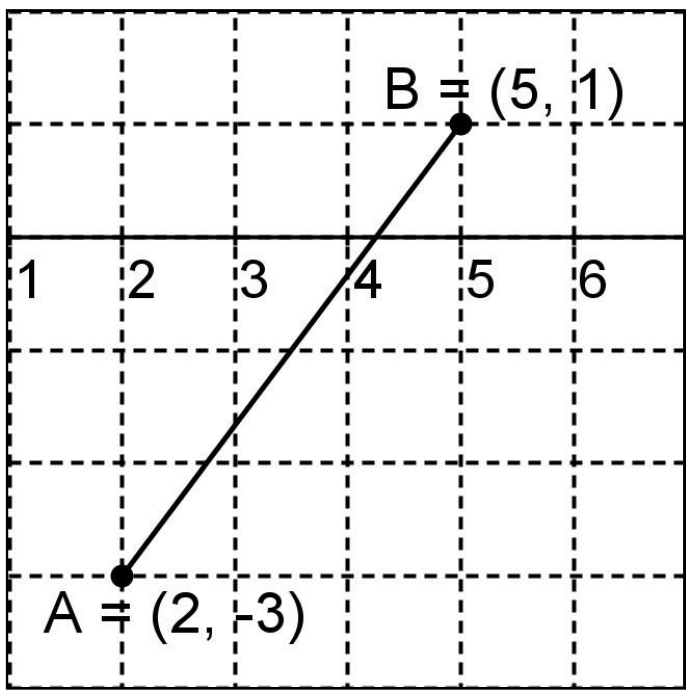
Y es igual a la longitud del trazo $\overline{AB}$.

Ejemplo: Calcule la distancia entre los puntos A (2 , – 3) y B (5 , 1) del plano.

Respuesta:

$$AB = \sqrt{(5 - 2)^2 + (1 + 3)^2} = 5$$

GRÁFICO Nº 2	
Coordenadas del punto A :	(2 , – 3)
Coordenadas del punto B :	(5 , 1)
Distancia entre A y B =	5



Apunte interactivo 2

Ejercicios 2.1

Ejercicios 2.2

Febrero 2017
http://www.eneayudas.cl
matematicayciencias@gmail.com
(2)23169001 – (9)98581588

COORDENADAS DEL PUNTO MEDIO

Sean $A(x_1, y_1)$ y $B(x_2, y_2)$, puntos cualesquiera del plano y M punto medio del trazo $\overline{AB}$, entonces las coordenadas de M son:

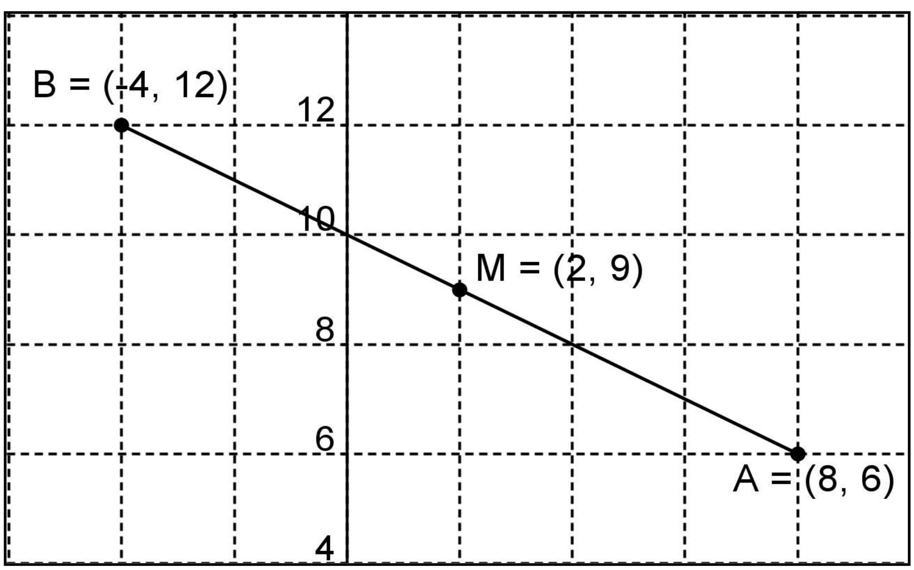
$$\mathbf{M}\left(\frac{\mathbf{x_1} + \mathbf{x_2}}{\mathbf{2}}, \frac{\mathbf{y_1} + \mathbf{y_2}}{\mathbf{2}}\right)$$

Ejemplo: Dados los puntos $A(8, 6)$ y $B(-4, 12)$, determine las coordenadas del punto medio del trazo $\overline{AB}$.

Respuesta: Sea M el punto medio del trazo $\overline{AB}$, entonces sus coordenadas son:

$$M\left(\frac{8-4}{2}, \frac{6+12}{2}\right) = M(2, 9)$$

GRÁFICO Nº 3	
Coordenadas del punto A :	(8 , 6)
Coordenadas del punto B :	(– 4 , 12)
Coordenadas del punto medio M :	(2 , 9)



Apunte interactivo 3

Ejercicios 3.1

Ejercicios 3.2

© NELSON LILLO TERÁN
Febrero 2017
http://www.eneayudas.cl
matematicayciencias@gmail.com
(2)23169001 – (9)98581588

ECUACIÓN DEL LUGAR GEOMÉTRICO

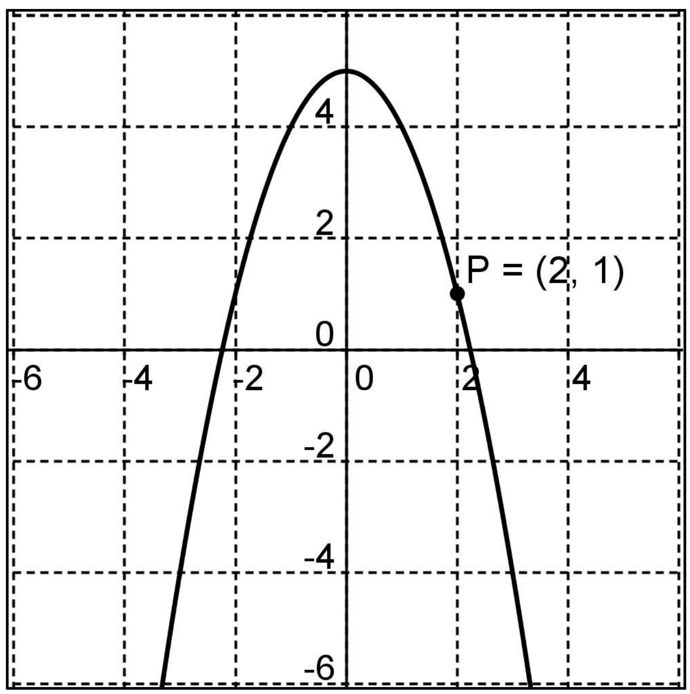
Cada uno de los lugares geométricos del plano, está definido por una(s) propiedad(es) que cumple cada uno de sus puntos y solamente ellos. En geometría analítica, esta(s) propiedad(es) se traduce(n) en una ecuación algebraica, con x e y como variables generalmente, llamada ecuación del lugar geométrico. Así, un punto cualquiera del plano pertenece al lugar geométrico, si y sólo si sus coordenadas satisfacen dicha ecuación.

Ejemplo: ¿Pertenece el punto $P(2, 1)$ a la curva de ecuación: $x^2 + y - 5 = 0$?

Respuesta: Reemplazando $x = 2$ e $y = 1$ en la ecuación de la curva, se tiene que:

$2^2 + 1 - 5 = 4 + 1 - 5 = 0 \therefore$ Sí, el punto P pertenece a la curva.

GRÁFICO Nº 4	
Coordenadas del punto P :	$(2, 1)$
Ecuación de la curva :	$y = -x^2 + 5$



Ecuaciones de los ejes

Eje X : $y = 0$

Eje Y : $x = 0$

Febrero 2017
http://www.eneayudas.cl
matematicayciencias@gmail.com
(2)23169001 – (9)98581588

INTERSECCIONES

Para determinar las coordenadas de cada punto de intersección de dos lugares geométricos, debe resolverse el sistema formado por las ecuaciones de ambos.

Ejemplo: Determine el (los) punto (s) de intersección de la curva de ecuación:

$$x^2 + xy - 4 = 0 \text{ con el eje X .}$$

Respuesta:

$$\left.\begin{aligned} x^2 + xy - 4 &= 0 \\ y &= 0 \end{aligned}\right\}$$

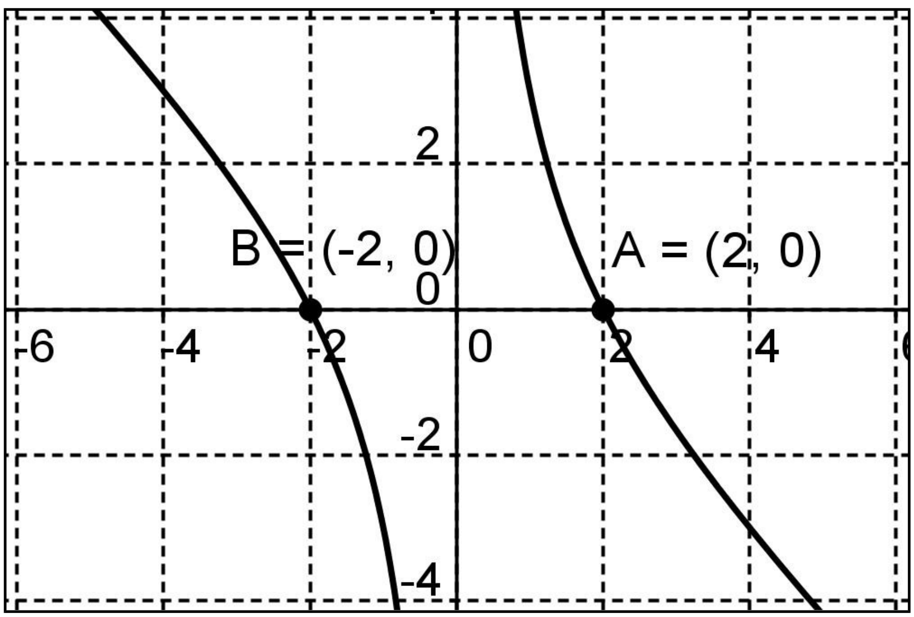
$$x^2 - 4 = 0$$

$$x^2 = 4$$

$$x = \pm 2$$

$\therefore$ Los puntos de intersección de la curva con el eje X son A (2 , 0) y B (– 2 , 0).

GRÁFICO Nº 5	
Ecuación de la curva :	$x^2 + xy - 4 = 0$
Intercepciones con el eje X	A (2 , 0) y B (– 2 , 0)



Ejemplos 4.1

Ejercicios 4.1

Ejemplos 4.2

Ejercicios 4.2

Febrero 2017
http://www.eneayudas.cl
matematicayciencias@gmail.com
(2)23169001 – (9)98581588

Ejemplo: Determine el (los) punto (s) de intersección de la recta de ecuación:

$x - 2y + 4 = 0$, con la curva de ecuación: $xy - 6 = 0$

Respuesta:

$$\left.\begin{aligned} x - 2y + 4 &= 0 \\ xy - 6 &= 0 \end{aligned}\right\}$$

De la primera ecuación: $x = 2y - 4$

Sustituyendo en la segunda: $(2y - 4)y - 6 = 0$

Se obtiene: $2y^2 - 4y - 6 = 0$

$$y^2 - 2y - 3 = 0$$

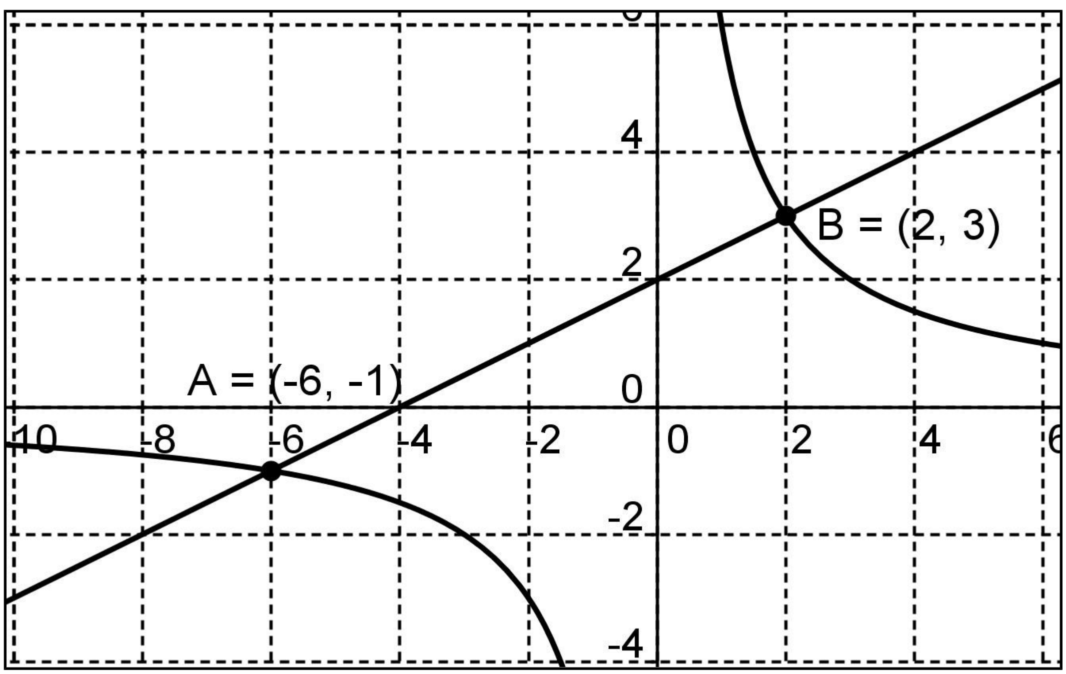
$$(y + 1)(y - 3) = 0$$

$$y_1 = -1 \Rightarrow x_1 = -6$$

$$y_2 = 3 \Rightarrow x_2 = 2$$

$\therefore$ Los puntos de intersección de la recta con la curva son: $A(-6, -1)$ y $B(2, 3)$.

GRÁFICO Nº 6	
Ecuación de la recta :	$x - 2y + 4 = 0$
Ecuación de la curva :	$xy = 6$
Puntos de intersección :	$A(-6, -1)$ y $B(2, 3)$



Ejemplos 5

Ejercicios 5

Febrero 2017

http://www.eneayudas.cl

matematicayciencias@gmail.com

(2)23169001 – (9)98581588