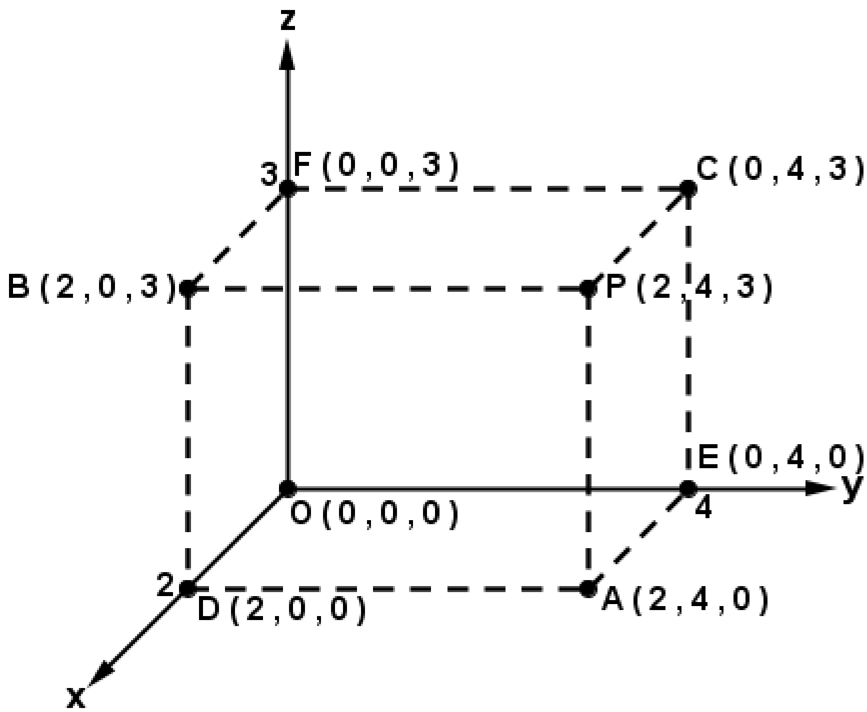
PUNTO

A cada punto del plano se le asocia un trío ordenado, que indica su ubicación con respecto a un sistema coordenado rectangular, formado por tres ejes X , Y y Z , perpendiculares entre sí.

Ejemplo:



DISTANCIA ENTRE DOS PUNTOS

Dados dos puntos del espacio, P (x , y , z) y Q (u , v , w) , la distancia entre ellos, PQ , está dada por la siguiente fórmula:

$$PQ = \sqrt{(u - x)^2 + (v - y)^2 + (w - z)^2}$$

Ejemplo:

Calcule la distancia entre los puntos P (3 , 4 , 6) y Q (5 , 6 , 7).

Respuesta:

$$PQ = \sqrt{(5 - 3)^2 + (6 - 4)^2 + (7 - 6)^2} = \sqrt{9} = 3$$

© NELSON LILLO TERÁN
Noviembre 2017
http://www.eneayudas.cl
matematicayciencias@gmail.com
+56998581588

PUNTO MEDIO DE UN TRAZO

Dados dos puntos del espacio, $P(x, y, z)$ y $Q(u, v, w)$, las coordenadas del punto medio del trazo $\overline{PQ}$ son:

$$\left(\frac{x+u}{2} , \frac{y+v}{2} , \frac{z+w}{2} \right)$$

Ejemplo:

Determine las coordenadas del punto medio del trazo PQ, si las coordenadas de esos puntos son: $P(-4, 8, 5)$ y $Q(2, 0, -1)$.

Respuesta:

Las coordenadas del punto medio son:

$$\left(\frac{-4+2}{2} , \frac{8+0}{2} , \frac{5-1}{2} \right) = (-1, 4, 2)$$

RECTA

ECUACIÓN DE LA RECTA DADOS DOS PUNTOS DE ELLA

La recta que pasa por los puntos $A(x_1, y_1, z_1)$ y $B(x_2, y_2, z_2)$, tiene por ecuaciones:

$$x - x_1 = k(x_2 - x_1) \ , \ y - y_1 = k(y_2 - y_1) \ , \ z - z_1 = k(z_2 - z_1) \quad (k \neq 0)$$

Y si se cumple que: $x_1 \neq x_2$, $y_1 \neq y_2$, $z_1 \neq z_2$, entonces la recta tiene por ecuación:

$$\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{z - z_1}{z_2 - z_1} \quad (x_1 \neq x_2 \wedge y_1 \neq y_2 \wedge z_1 \neq z_2)$$

Ejemplo:

Determine la ecuación de la recta que pasa por los puntos: $A(5, -1, -7)$ y $B(2, 1, -4)$.

Respuesta:

La ecuación de la recta es:

$$\frac{x-5}{-3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z+7}{3}$$

Noviembre 2017
http://www.eneayudas.cl
matematicayciencias@gmail.com
+56998581588

PLANO

ECUACIÓN GENERAL DEL PLANO

$$Ax + By + Cz + D = 0 \ (A^2 + B^2 + C^2 > 0)$$

Ejemplo:

$$2x + 4y + 6z - 12 = 0$$

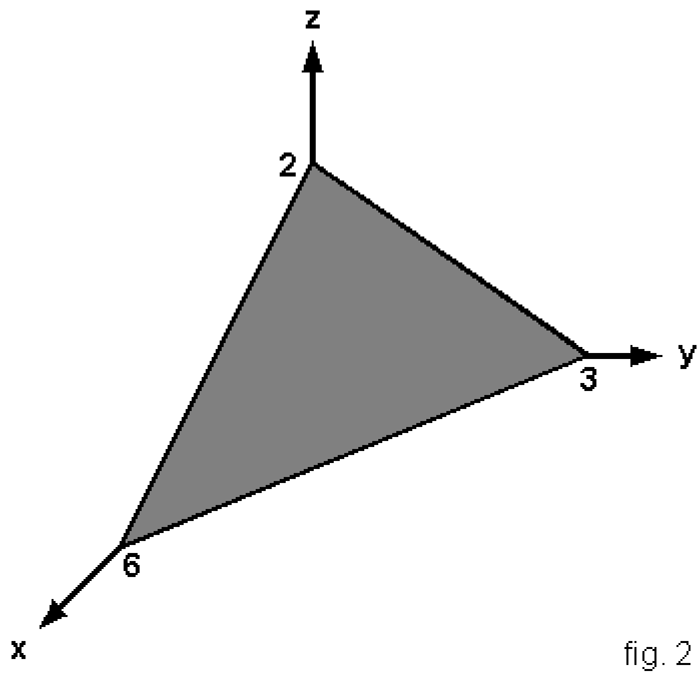


fig. 2

A continuación se da una tabla con algunos planos particulares:

A	B	C	D	PLANO	EJEMPLO
0	0	$\neq 0$	0	XY	$z = 0$
0	0	$\neq 0$	$\neq 0$	∥ a XY	$z + 5 = 0$
0	$\neq 0$	0	0	XZ	$y = 0$
0	$\neq 0$	0	$\neq 0$	∥ a XZ	$y - 7 = 0$
$\neq 0$	0	0	0	YZ	$x = 0$
$\neq 0$	0	0	$\neq 0$	∥ a YZ	$2x + 3 = 0$
$\neq 0$	$\neq 0$	0		⊥ a XY	$3x - 2y = 0$
$\neq 0$	0	$\neq 0$		⊥ a XZ	$7x + 4z + 3 = 0$
0	$\neq 0$	$\neq 0$		⊥ a YZ	$5y + 4z - 1 = 0$

Noviembre 2017
http://www.eneayudas.cl
matematicayciencias@gmail.com
+56998581588

FORMA SIMÉTRICA DE LA ECUACIÓN DEL PLANO

Si el plano P pasa por los puntos $A(a, 0, 0)$, $B(0, b, 0)$ y $C(0, 0, c)$ y $abc \neq 0$, entonces la ecuación del plano es:

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1 \qquad (abc \neq 0)$$

Ejemplo: La ecuación del plano que pasa por los puntos $A(6, 0, 0)$, $B(0, 3, 0)$ y $C(0, 0, 2)$ es:

$$\frac{x}{6} + \frac{y}{3} + \frac{z}{2} = 1$$

POSICIONES RELATIVAS DE DOS PLANOS

Sean P_1 y P_2 planos con sus ecuaciones respectivas:

$$P_1 : A_1 x + B_1 y + C_1 z + D_1 = 0 \qquad \left(A_1^2 + B_1^2 + C_1^2 > 0 \right)$$

$$P_2 : A_2 x + B_2 y + C_2 z + D_2 = 0 \qquad \left(A_2^2 + B_2^2 + C_2^2 > 0 \right)$$

Entonces:

- $P_1 = P_2 \iff \dfrac{A_1}{A_2} = \dfrac{B_1}{B_2} = \dfrac{C_1}{C_2} = \dfrac{D_1}{D_2}$

  Ejemplo:

  $P_1 : 2x + 4y - 6z + 5 = 0$

  $P_2 : 4x + 8y - 12z + 10 = 0$

- $P_1 \parallel P_2 \iff \dfrac{A_1}{A_2} = \dfrac{B_1}{B_2} = \dfrac{C_1}{C_2} \neq \dfrac{D_1}{D_2}$

  Ejemplo:

  $P_1 : 2x + 4y - 6z + 5 = 0$

  $P_2 : x + 2y - 3z - 5 = 0$

- $P_1 \perp P_2 \iff A_1 A_2 + B_1 B_2 + C_1 C_2 = 0$

  Ejemplo:

  $P_1 : 2x + 4y - 6z + 5 = 0$

  $P_2 : x + y + z - 15 = 0$

http://www.eneayudas.cl
matematicayciencias@gmail.com
+56998581588

FAMILIA DE PLANOS

Dado un plano de ecuación:

$$Ax + By + Cz + D = 0 \ (A^2 + B^2 + C^2 > 0)$$

entonces la ecuación de la familia de planos paralelos a él es:

$$Ax + By + Cz + k = 0 \ (k \neq D)$$

ÁNGULO DIEDRO

El ángulo diedro, es aquel que forman dos planos al cortarse y la recta determinada es la arista del ángulo. Su ángulo rectilíneo está formado por dos perpendiculares trazadas, en cada plano, a un punto de esa recta.

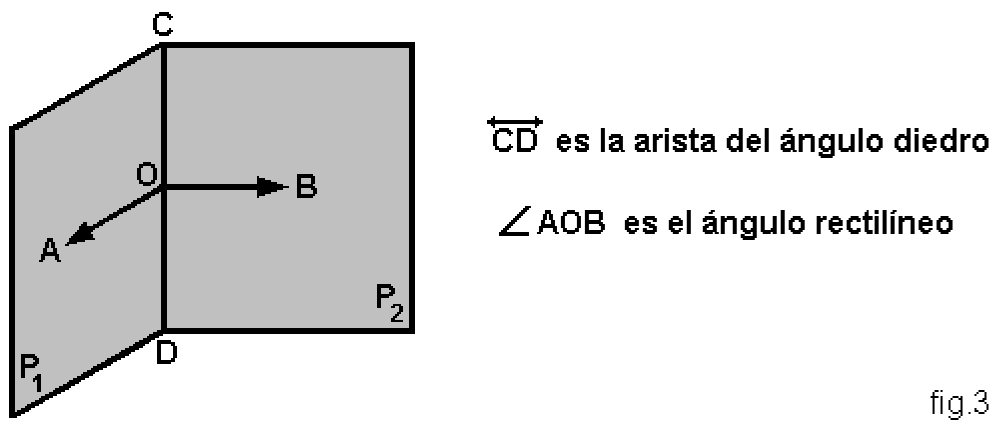


fig.3

Noviembre 2017
http://www.eneayudas.cl
matematicayciencias@gmail.com
+56998581588