

INTRODUCCIÓN AL ÁLGEBRA

EXPRESIONES ALGEBRAICAS

INTRODUCCIÓN

El álgebra elemental se puede definir como una abstracción de la aritmética, por ejemplo:

$$5 \times 2 = 2 \times 5$$

Es una afirmación verdadera en la aritmética de los números enteros. Esto nos recuerda la afirmación: “El orden de los factores no altera el producto”, que podemos expresar algebraicamente de la siguiente forma:

Sean a y b dos números enteros cualesquiera, entonces siempre se cumple que:

$$a b = b a$$

Este ejemplo nos muestra, de manera clara, que al introducir letras podemos lograr una generalización que nos permite expresar, analizar, discutir y crear conocimiento matemático de una forma más eficiente.

SIMBOLOGÍA

En el álgebra usamos los siguientes símbolos:

Constantes: $0, 1, -3$, etc.

Variables: x, y, z, u , etc.

Relaciones: $=, <, >$, etc.

Operaciones: $+, -, \times, \div$, etc.

Paréntesis: $(,), \{, \}, [,]$

TÉRMINO ALGEBRAICO

Un término algebraico es de la forma:

$$-3 a b$$

Donde:

-3 es el coeficiente numérico

$a b$ es el factor literal

Observación: Si el coeficiente es 1 , no es necesario indicarlo.

Ejemplo:

$1 x z$ se expresa generalmente: $x z$

TÉRMINOS SEMEJANTES

Cuando dos o más términos tienen el mismo factor literal, salvo orden, se dice que son términos semejantes.

Ejemplo:

$6 n p r, -2 r n p$ y $p r n$, son términos semejantes.

EXPRESIÓN ALGEBRAICA

Son expresiones algebraicas:

Las constantes y las variables

Los términos algebraicos

Las operaciones entre expresiones algebraicas

Ejemplo:

n , $7z$ y $3ac + 5t$ son expresiones algebraicas

Cuando una expresión algebraica consta de un solo término, se denomina monomio, si consta de dos, binomio, etc.

EVALUACIÓN DE UNA EXPRESIÓN ALGEBRAICA

Se puede calcular el valor de una expresión algebraica, si se conoce el valor de cada literal.

Ejemplo: Si $a = 2$, $b = -5$ y $c = 4$, entonces:

$$\begin{aligned}7a - 8bc + 6ab &= 7 \times 2 - 8 \times (-5) \times 4 + 6 \times 2 \times (-5) \\ &= 14 + 160 - 60 \\ &= 114\end{aligned}$$

Es importante recordar que el orden de operaciones es: primero las multiplicaciones y divisiones, y después las sumas y restas, salvo paréntesis.

APLICACIONES

Una de las primeras aplicaciones del álgebra, consiste precisamente en expresar algebraicamente una relación, por ejemplo si se compran 5 kg de manzanas a \$ 400 / kg , hay que pagar:

$$5 \text{ kg} \times \$ 400 / \text{kg} = \$ 2.000$$

Ahora, si se desea tener una expresión que nos diga la relación que existe entre el costo a pagar, la cantidad de manzanas y el valor por unidad de medida, podemos decir lo siguiente:

Sea C el costo en pesos de m kg de manzanas a $\$ p / \text{kg}$, entonces:

$$C = m p$$

Esta expresión algebraica nos permite analizar de manera general la situación antes descrita.

Es más, esa misma expresión nos indica el costo (C) en euros (€) de m libras a $\text{€ } p / \text{u}$.

De manera muy general, la expresión:

$$C = m p$$

Nos dice que una variable (C) es igual al producto de dos variables (m y p). Y esto es aplicable en múltiples casos.

Todavía más, las letras C , m y p , pueden ser sustituidas por otras tres distintas y la relación seguiría siendo la misma.

Con este simple ejemplo, queda claro el gran poder que tiene el álgebra.

OPERACIONES ALGEBRAICAS BÁSICAS

ADICIÓN

Los términos semejantes se pueden sumar o restar:

$$4ab + 3ab = 7ab$$

Cuando hay solamente sumas y restas, se opera de izquierda a derecha, salvo paréntesis. Si hay paréntesis dentro de paréntesis, se aconseja desarrollar las operaciones, comenzando por los paréntesis interiores.

Ejemplos:

$$4m - 7m + 5m = -3m + 5m = 2m$$

$$4m - (7m + 5m) = 4m - 12m = -8m$$

$$5t - (9t - (6t + t)) = 5t - (9t - 7t) = 5t - 2t = 3t$$

REDUCCIÓN POR TÉRMINOS SEMEJANTES

Si en una expresión algebraica, hay sumas y restas de términos semejantes, ésta se puede reducir.

Ejemplo:

La expresión algebraica: $4ab + 5c - 7c + ab + 8d$

Se puede reducir a: $5ab - 2c + 8d$

Si la expresión algebraica tiene paréntesis y delante de ellos hay un signo menos (-), éste cambia los signos interiores del paréntesis.

Ejemplo:

La expresión algebraica: $7j - (4s - 9j + 2s)$

Se puede reducir paso a paso: $7j - (6s - 9j)$

$$7j - 6s + 9j$$

$$16j - 6s$$

Observación: En la expresión: $(6s - 9j)$, el signo de $6s$ es positivo (+). No es necesario indicarlo, está implícito.

POTENCIA

Sea a un número real distinto de cero y n un número entero positivo, entonces:

$$a^0 = 1$$

$$a^n = a \times a \times \dots \times a \quad ; \quad (n \text{ factores } a)$$

Ejemplo:

$$a^3 = a \times a \times a$$

MULTIPLICACIÓN

Siempre es posible multiplicar dos expresiones algebraicas:

$$5 p q \times 3 r = 15 p q r$$

Observación: En la expresión $15 p q r$, están implícitas las multiplicaciones. $15 \times p \times q \times r$ es lo mismo que $15 p q r$. Cuando se multiplican potencias de igual base, se conserva la base y se suman los exponentes.

Ejemplo:

$$c^5 \times c^3 = c^8$$

DIVISIÓN

Siempre es posible dividir expresiones algebraicas, excepto por cero.

Ejemplo: si $z \neq 0$, entonces:

$$\frac{8 x}{2 z} = \frac{4 x}{z}$$

Cuando se dividen potencias de igual base, se conserva la base y se restan los exponentes.

Ejemplo:

$$c^5 \div c^3 = c^2$$

MULTIPLICACIÓN POR UN MONOMIO

La multiplicación por un monomio se basa en la propiedad distributiva de la multiplicación.

Ejemplo:

$$\begin{aligned} 3 a (5 a + 7 b - 2 c d) &= (3 a) \times (5 a) + (3 a) \times (7 b) - (3 a) \times (2 c d) \\ &= 15 a^2 + 21 a b - 6 a c d \end{aligned}$$

FACTORIZACIÓN POR FACTOR COMÚN

Si en una expresión algebraica, cada término se puede descomponer en factores y además existe un factor que se repite en cada uno de los términos, entonces la expresión algebraica se puede factorizar por ese factor común.

Ejemplo:

$$\begin{aligned} 15 a^2 + 21 a b - 6 a c d &= (3 a) \times (5 a) + (3 a) \times (7 b) - (3 a) \times (2 c d) \\ &= 3 a (5 a + 7 b - 2 c d) \end{aligned}$$

PRODUCTO DE DOS BINOMIOS

El producto de dos binomios se desarrolla generalizando la propiedad distributiva de la multiplicación.

Ejemplo:

$$(a + 7)(b - 4) = a b - 4 a + 7 b - 28$$

BIBLIOGRAFÍA

[Introducción al álgebra \(curso en línea con examen incluido \)](#)