LOGARITMO

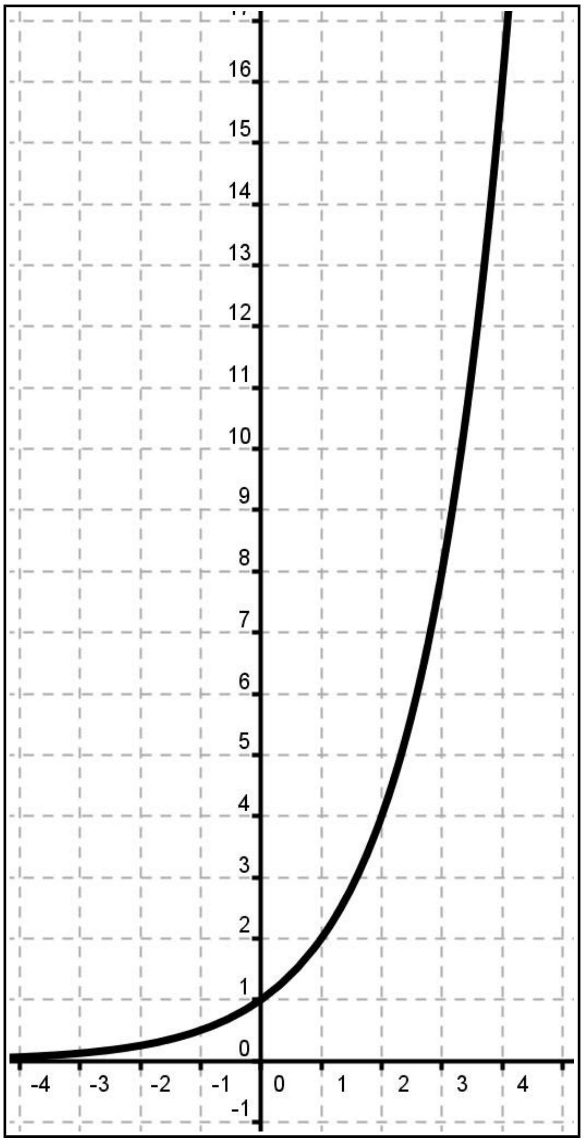
INTRODUCCIÓN

Función exponencial de base a

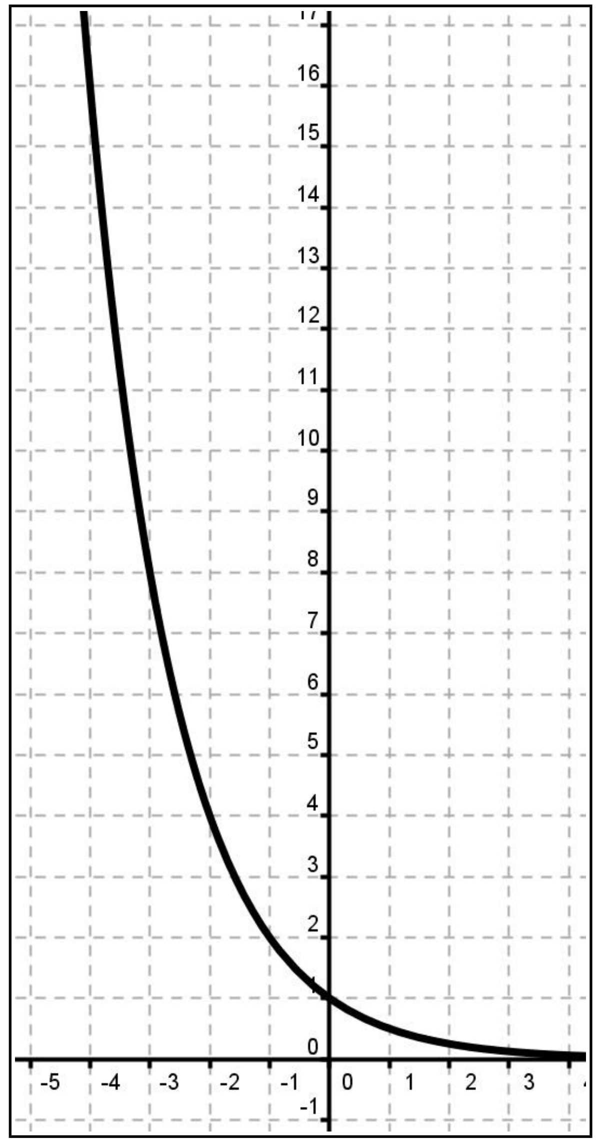
Sea $a > 0$ y $a \neq 1$, se define la función exponencial de base a, f de R en R^+, donde $f(x) = a^x$.

Ejemplos:

$f(x) = 2^x$



$f(x) = 0,5^x$



Esta función es biyectiva, por lo tanto su inversa es también una función y se denomina función logarítmica de base a.

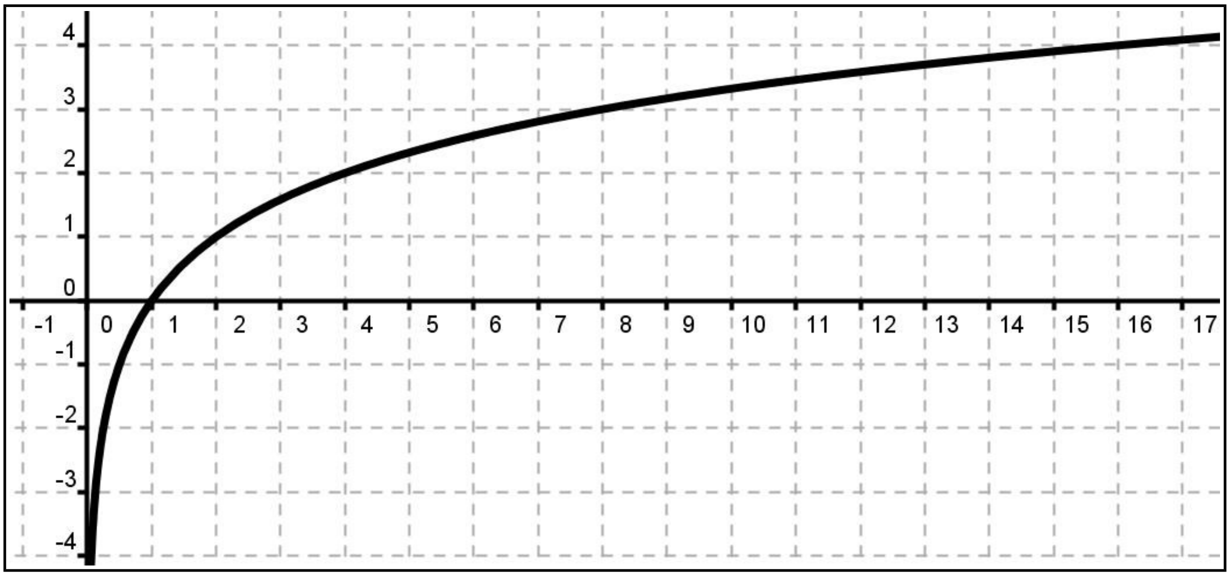
Ⓒ NELSON LILLO TERÁN
Noviembre 2017
http://www.eneayudas.cl
matematicayciencias@gmail.com
+56998581588

Función logarítmica de base a

Sea $a > 0$ y $a \neq 1$, se define la función logarítmica de base a , f de R^+ en R , donde $f(x) = \log_a(x)$.

Ejemplos:

$$f(x) = \log_2(x)$$



$$f(x) = \log_{0,5}(x)$$

Por lo tanto, si $a^x = u$, entonces $\log_a(u) = x$. En consecuencia:

$$\log_a(u) = x \quad \Leftrightarrow \quad a^x = u \quad ; \ u > 0 \ , \ a > 0 \ \text{y} \ a \neq 1$$

Ejemplo:

$$\log_2(8) = 3 \quad \Leftrightarrow \quad 2^3 = 8$$

Noviembre 2017
http://www.eneayudas.cl
matematicayciencias@gmail.com
+56998581588

LOGARITMOS COMUNES

A los logaritmos de base 10, se les denomina logaritmos comunes (decimales o de Briggs). Se simbolizan así:

$$\log(u) \quad (= \log_{10}(u))$$

LOGARITMOS NATURALES

A los logaritmos de base e, se les denomina logaritmos naturales (o neperianos, en honor a Napier). Se simbolizan así:

$$\ln(u) \quad (= \log_{e}(u))$$

PROPIEDADES

Sean a y b números reales positivos distintos de 1, u y v números reales positivos, p un número real, n un número entero distinto de cero y m un número natural mayor que 1, entonces:

- $\log_a(1) = 0$
- $\log_a(a) = 1$
- $\log_a(a^n) = n$

  Ejemplo: $\log_5(625) = \log_5(5^4) = 4$

- $\log_a(u\,v) = \log_a(u) + \log_a(v)$

  Ejemplo: $\log_2(8 \times 4) = \log_2(8) + \log_2(4) = 3 + 2 = 5$

- $\log_a(u^p) = p\log_a(u)$

  Ejemplo: $\log_2(4^3) = 3\log_2(4) = 3 \times 2 = 6$

- $\log_a\left(\dfrac{u}{v}\right) = \log_a(u) - \log_a(v)$

  Ejemplo: $\log_3 \dfrac{9}{27} = \log_3(9) - \log_3(27) = 2 - 3 = -1$

- $\log_a\left(\sqrt[m]{u}\right) = \dfrac{\log_a(u)}{m}$

  Ejemplo: $\log_2 \sqrt[3]{64} = \dfrac{\log_2(64)}{3} = \dfrac{6}{3} = 2$

http://www.eneayudas.cl
matematicayciencias@gmail.com
+56998581588

- $\log_a(b) = \dfrac{1}{\log_b(a)}$

  Ejemplo: $\log_{32}(2) = \dfrac{1}{\log_2(32)} = \dfrac{1}{5}$

- $\log_a(u) = \dfrac{\log_b(u)}{\log_b(a)}$

  Ejemplo: $\log_{27}(81) = \dfrac{\log_3(81)}{\log_3(27)} = \dfrac{4}{3}$

- $\log_{a^n}(u) = \dfrac{\log_a(u)}{n}$

  Ejemplo: $\log_{2^4}(8) = \dfrac{\log_2(8)}{4} = \dfrac{3}{4}$

- $a^{\log_a(u)} = u$

  Ejemplo: $4^{\log_4(16)} = 16$

- $u = v \Leftrightarrow \log_a(u) = \log_a(v)$

  Ejemplo: $5^x = 8$

  $\log(5^x) = \log(8)$

  $x \log(5) = \log(8)$

  $x = \dfrac{\log(8)}{\log(5)}$

  $x = 1{,}292$ (Con calculadora)

BIBLIOGRAFÍA

Logaritmo (recursos interactivos en línea)

http://www.eneayudas.cl
matematicayciencias@gmail.com
+56998581588