

LÓGICA MATEMÁTICA (CUANTIFICADORES)

LÓGICA DE PREDICADOS

Esta lógica nos permite hacer afirmaciones con respecto a relaciones (predicados) o propiedades que satisfacen elementos de un determinado universo.

CUANTIFICADOR UNIVERSAL (\forall)

Para afirmar que cada elemento (x) de un universo dado (U), satisface una propiedad (P), se simboliza:

$$\forall x (P (x))$$

Ejemplo:

«Todos los mamíferos caminan», puede simbolizarse: $\forall m (C (m))$

Donde:

m representa un elemento del universo «mamíferos»

$C ()$ representa la propiedad «camina»

CUANTIFICADOR EXISTENCIAL (\exists)

Para afirmar que al menos un elemento (x) de un universo dado (U), satisface una propiedad (P), se simboliza:

$$\exists x (P (x))$$

Ejemplo:

«Existe al menos una flor aromática», puede simbolizarse: $\exists f (A (f))$

Donde:

f representa un elemento del universo «flores»

$A ()$ representa la propiedad «aromática»

NEGACIÓN DE PROPOSICIONES CON CUANTIFICADORES

$$(\forall x (P (x)))' \Leftrightarrow \exists x (P' (x))$$

Ejemplo:

«No es cierto que todos los mamíferos caminan» : $(\forall m (C (x)))'$

Equivale a decir:

«Existe al menos un mamífero que no camina» : $\exists m (C' (m))$

$$(\exists x (P (x)))' \Leftrightarrow \forall x (P' (x))$$

Ejemplo:

«No es cierto que existe al menos una flor aromática» : $(\exists f (A (f)))'$

Equivale a decir:

«Todas las flores son no aromáticas» : $\forall f (A' (f))$

TEOREMAS IMPORTANTES

$\forall x(P(x) \wedge R(x))$	\Leftrightarrow	$\forall x(P(x)) \wedge \forall x(R(x))$
$\exists x(P(x) \vee R(x))$	\Leftrightarrow	$\exists x(P(x)) \vee \exists x(R(x))$
$\forall x(P(x)) \vee \forall x(R(x))$	\Rightarrow	$\forall x(P(x) \vee R(x))$
$\exists x(P(x) \wedge R(x))$	\Rightarrow	$\exists x(P(x)) \wedge \exists x(R(x))$
$\forall x(P(x) \Rightarrow R(x))$	\Rightarrow	$\forall x(P(x)) \Rightarrow \forall x(R(x))$
$\forall x \forall y(P(x, y))$	\Leftrightarrow	$\forall y \forall x(P(x, y))$
$\exists x \exists y(P(x, y))$	\Leftrightarrow	$\exists y \exists x(P(x, y))$
$\exists x \forall y(P(x, y))$	\Rightarrow	$\forall y \exists x(P(x, y))$