

LÓGICA MATEMÁTICA (PROPIEDADES)

LEYES DE LA LÓGICA PROPOSICIONAL

Hay una serie de equivalencias de gran importancia en la lógica proposicional, y están detalladas a continuación:

Idempotencia	$p \wedge p \Leftrightarrow p$ $p \vee p \Leftrightarrow p$
Doble Negación	$(p')' \Leftrightarrow p$
Conmutatividad	$p \wedge q \Leftrightarrow q \wedge p$ $p \vee q \Leftrightarrow q \vee p$ $p \leftrightarrow q \Leftrightarrow q \leftrightarrow p$
Asociatividad	$(p \wedge q) \wedge r \Leftrightarrow p \wedge (q \wedge r)$ $(p \vee q) \vee r \Leftrightarrow p \vee (q \vee r)$ $(p \leftrightarrow q) \leftrightarrow r \Leftrightarrow p \leftrightarrow (q \leftrightarrow r)$
Distributividad	$p \wedge (q \vee r) \Leftrightarrow (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$ $(q \vee r) \wedge p \Leftrightarrow (q \wedge p) \vee (r \wedge p)$ $p \vee (q \wedge r) \Leftrightarrow (p \vee q) \wedge (p \vee r)$ $(q \wedge r) \vee p \Leftrightarrow (q \vee p) \wedge (r \vee p)$
Absorción	$p \wedge (p \vee q) \Leftrightarrow p$ $p \vee (p \wedge q) \Leftrightarrow p$
Dualidad (De Morgan)	$(p \wedge q)' \Leftrightarrow p' \vee q'$ $(p \vee q)' \Leftrightarrow p' \wedge q'$
Identidad	$p \wedge T \Leftrightarrow p$ $p \wedge C \Leftrightarrow C$ $p \vee T \Leftrightarrow T$ $p \vee C \Leftrightarrow p$
Complemento	$p \wedge p' \Leftrightarrow C$ $p \vee p' \Leftrightarrow T$ $T' \Leftrightarrow C$ $C' \Leftrightarrow T$

Donde T es tautología y C es contradicción.

PROPIEDADES

Dadas ψ , φ y θ fórmulas bien formadas, tenemos:

Reflexividad:

$$\varphi \Leftrightarrow \varphi$$

$$\varphi \Rightarrow \varphi$$

Simetría:

$$(\psi \Leftrightarrow \varphi) \Rightarrow (\varphi \Leftrightarrow \psi)$$

Antisimetría:

$$(\psi \Rightarrow \varphi) \wedge (\varphi \Rightarrow \psi) \Rightarrow (\psi \Leftrightarrow \varphi)$$

Transitividad:

$$(\psi \Leftrightarrow \varphi) \wedge (\varphi \Leftrightarrow \theta) \Rightarrow (\psi \Leftrightarrow \theta)$$

$$(\psi \Rightarrow \varphi) \wedge (\varphi \Rightarrow \theta) \Rightarrow (\psi \Rightarrow \theta)$$