NÚMEROS RACIONALES (Q)

Introducción

Un número es racional si y sólo si puede expresarse como división de dos números enteros, cuyo divisor es distinto de cero. Esta división se representa como fracción donde el dividendo recibe el nombre de numerador y el divisor de denominador.

$$Q = \left\{ \frac{a}{b} : \ a \in Z \ \wedge \ b \in Z \ \wedge \ b \neq 0 \right\}$$

Relación de igualdad en Q

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \quad \Leftrightarrow \quad a\,d = b\,c$$

Ejemplo: $\frac{3}{4} = \frac{6}{8} \quad \Leftrightarrow \quad 3 \times 8 = 4 \times 6$

Observación: Al amplificar o simplificar una fracción se obtiene otra que es igual a la anterior.

Ejemplos: Al amplificar $\frac{2}{3}$ por 4 , se obtiene $\frac{2 \times 4}{3 \times 4} = \frac{8}{12}$

$\frac{2}{3} = \frac{8}{12}$ $(2 \times 12 = 3 \times 8)$

Al simplificar $\frac{15}{20}$ por 5 , se obtiene $\frac{15 \div 5}{20 \div 5} = \frac{3}{4}$

$\frac{15}{20} = \frac{3}{4}$ $(15 \times 4 = 20 \times 3)$

Transformación de número mixto a fracción impropia

Cada número mixto se puede transformar en una fracción impropia.

Ejemplo: $5\frac{2}{3} = \frac{5 \times 3 + 2}{3} = \frac{17}{3}$

Transformación de fracción impropia a número mixto

Cada fracción impropia se puede transformar en un número mixto.

Ejemplo: $\frac{19}{2}$

$$\begin{array}{l} 19 \div 2 = 9 \\ \ \ 1 \end{array}$$

$$\frac{19}{2} = 9\frac{1}{2}$$

http://www.eneayudas.cl
matematicayciencias@gmail.com
+56998581588

Adición en Q

Sean $\frac{a}{b}$ y $\frac{c}{d}$ números racionales, entonces:

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a\,d + b\,c}{b\,d}$$

$$\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{a\,d - b\,c}{b\,d}$$

Ejemplos: $$\frac{2}{5} + \frac{3}{4} = \frac{2 \times 4 + 5 \times 3}{5 \times 4} = \frac{8 + 15}{20} = \frac{23}{20}$$

$$\frac{2}{3} - \frac{4}{7} = \frac{2 \times 7 - 3 \times 4}{3 \times 7} = \frac{14 - 12}{21} = \frac{2}{21}$$

Multiplicación en Q

Sean $\frac{a}{b}$ y $\frac{c}{d}$ números racionales, entonces:

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a\,c}{b\,d}$$

Ejemplo: $$\frac{2}{9} \times \frac{3}{5} = \frac{2 \times 3}{9 \times 5} = \frac{2}{3 \times 5} = \frac{2}{15}$$

Inverso multiplicativo

Cada número racional, distinto de cero, tiene su inverso multiplicativo:

$$\frac{a}{b} \in Q \;\wedge\; \frac{a}{b} \neq 0 \quad \Rightarrow \quad \left(\frac{a}{b}\right)^{-1} = \frac{b}{a}$$

Ejemplo: El inverso multiplicativo de $\frac{3}{4}$, es $\left(\frac{3}{4}\right)^{-1} = \frac{4}{3}$

$1^{-1} = 1$

$(-1)^{-1} = -1$

Junio 2017
http://www.eneayudas.cl
matematicayciencias@gmail.com
+56998581588

División en Q

En el conjunto de los números racionales además de la suma, resta y multiplicación se puede definir la operación división:

Sean $\frac{a}{b}$ y $\frac{c}{d} \neq 0$ números racionales, entonces:

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \left(\frac{c}{d} \right)^{-1} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{a\,d}{b\,c}$$

Ejemplo: $$\frac{5}{7} \div \frac{10}{3} = \frac{5}{7} \times \frac{3}{10} = \frac{5 \times 3}{7 \times 10} = \frac{3}{7 \times 2} = \frac{3}{14}$$

Relación de orden en Q^{+}

Sean $\frac{a}{b}$ y $\frac{c}{d}$ números racionales positivos, entonces:

$$\frac{a}{b} > \frac{c}{d} \quad \Leftrightarrow \quad a\,d > b\,c$$

Ejemplo: $$\frac{3}{7} > \frac{2}{5} \quad \Leftrightarrow \quad 3 \times 5 > 7 \times 2$$

http://www.eneayudas.cl
matematicayciencias@gmail.com
+56998581588