

NÚMEROS REALES (R)

Introducción

Para reconocer a un número real, basta con saber que si un número tiene representación decimal, entonces es un número real.

Teorema: Todo número racional tiene representación decimal.

Ejemplo: $\frac{3}{4} = 3 \div 4 = 0,75$

Por lo tanto: $Q \subset R$

Teorema: Todo número real cuya representación decimal es finita o presenta un período, tiene representación fraccionaria.

Ejemplos:

$$0,625 = \frac{625}{1000} = \frac{5}{8}$$

$$0,2727 \dots = 0,\overline{27} = \frac{27}{99} = \frac{3}{11}$$

$$0,5833 \dots = 0,58\overline{3} = \frac{583 - 58}{900} = \frac{525}{900} = \frac{7}{12}$$

Teorema: Todo número real cuya representación decimal no cumple con lo anterior, no es racional.

Ejemplos: $\pi = 3,1415926535897932384626433832795\dots$

$$\sqrt{2} = 1,4142135623730950488016887242097\dots$$

Por lo tanto: $Q \neq R$.

Números irracionales (I)

Un número es irracional si y sólo si es un número real no racional.

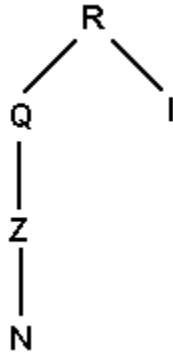
Ejemplos: $\pi, \sqrt{2}$.

Teorema: Los números racionales no nulos y los irracionales satisfacen lo siguiente:

+	racional	irracional
racional	racional	irracional
irracional	irracional	real

×	racional	irracional
racional	racional	irracional
irracional	irracional	real

Diagrama lineal de los conjuntos numéricos



Adición en R

Para sumar o restar dos números decimales, se procede de la siguiente manera:

Ejemplos: $3,094 + 542,37 =$

$$\begin{array}{r} 3,094 \\ + 542,37 \\ \hline 545,464 \end{array}$$

$205,89 - 47,186 =$

$$\begin{array}{r} 205,89 \\ - 47,186 \\ \hline 158,704 \end{array}$$

Multiplicación en R

Para multiplicar dos números decimales, se procede de la siguiente forma:

Ejemplo: $567,9 \times 0,35 =$

$$\begin{array}{r} 567,9 \times 0,35 \\ \hline 28395 \\ 17037 \\ \hline 198,765 \end{array}$$

Se toman tres lugares decimales, de derecha a izquierda, porque la suma de las cifras, que hay después de las comas, en los factores, es igual a tres.

División en R

La división de dos números decimales, se efectúa de la siguiente manera:

Ejemplo: $1,081 \div 0,47 =$

$$108,1 \div 47 = 2,3$$

141
0

Como 0,47 tiene dos cifras decimales, se «corre» la coma dos lugares hacia la derecha, en ambos decimales. Y al bajar el uno decimal, se tiene que colocar la coma en el cociente.

Propiedades de los números reales, con las operaciones suma y multiplicación

El conjunto de los números reales, con las operaciones suma y multiplicación, es un campo, es decir, si a , b y c son números reales, entonces se satisfacen las siguientes propiedades:

$a + b \in \mathbb{R}$	Clausura	$a b \in \mathbb{R}$
$a + (b + c) = (a + b) + c$	Asociatividad	$a (b c) = (a b) c$
$a + 0 = 0 + a = a$	Existencia del elemento neutro	$a \times 1 = 1 \times a = a$
$a + (-a) = -a + a = 0$	Existencia del elemento inverso	$a \times a^{-1} = a^{-1} \times a = 1$ ($a \neq 0$)
$a + b = b + a$	Conmutatividad	$a b = b a$
	Distributividad	$a (b + c) = a b + a c$ $(b + c) a = b a + c a$

Potencias de 10

:

$$10^3 = 1.000$$

$$10^2 = 100$$

$$10^1 = 10$$

$$10^0 = 1$$

$$10^{-1} = 0,1$$

$$10^{-2} = 0,01$$

$$10^{-3} = 0,001$$

:

Teorema: Todo número real puede desarrollarse en potencias de 10.

Ejemplo: $3.484,75 = 3 \times 10^3 + 4 \times 10^2 + 8 \times 10^1 + 4 \times 10^0 + 7 \times 10^{-1} + 5 \times 10^{-2}$

Multiplicación por una potencia de 10

Para multiplicar un decimal por una potencia de 10, se procede de la siguiente forma:

1) Si el exponente de la potencia de 10 es positivo, se «corre» la coma, hacia la «derecha», el mismo número de espacios que indica ese exponente:

$$\text{Ejemplo: } 405,27 \times 10^5 = 40.527.000$$

2) Si el exponente de la potencia de 10 es negativo, se «corre» la coma, hacia la «izquierda», el mismo número de espacios que indica ese exponente:

$$\text{Ejemplo: } 89,324 \times 10^{-4} = 0,0089324$$

División por una potencia de 10

Para dividir un decimal por una potencia de 10, hay que tener presente lo siguiente:

$$a \div 10^n = a \times 10^{-n}$$

$$\text{Ejemplos: } 405,27 \div 10^5 = 405,27 \times 10^{-5} = 0,0040527$$

$$89,324 \div 10^{-4} = 89,324 \times 10^4 = 893.240$$

Notación científica

Se utiliza para representar en forma más abreviada a un número real muy grande o muy pequeño, y consiste en expresarlo como producto de un decimal, mayor o igual a uno y menor que diez, por una potencia de 10.

$$\text{Ejemplos: } 3.500.000.000 = 3,5 \times 10^9 \quad (1 \leq 3,5 < 10)$$

$$0,000008 = 8 \times 10^{-6} \quad (1 \leq 8 < 10)$$