PROBABILIDAD (EJEMPLOS)

1) Probabilidad de que no ocurra el suceso A (P (A')):

$$P(A') = 1 - P(A)$$

Ejemplo: ¿Cuál es la probabilidad de obtener al menos una cara con un lanzamiento de tres monedas al aire?

Respuesta:

En este caso el espacio muestral tiene 8 elementos y el evento de lograr solamente sellos tiene un elemento, entonces la probabilidad de obtener solamente sellos es $\frac{1}{8}$.

Por lo tanto, la probabilidad de obtener al menos una cara (no solamente sellos) es:

$$1 - \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$$

2) Probabilidad de que ocurra al menos un suceso, o A , o B , o ambos (P (A ∪ B)):

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Ejemplo: Una profesora tiene 120 libros, de los cuales 40 son de física, 35 son de química y 15 de ambas ciencias. Si elige al azar uno de ellos, ¿cuál es la probabilidad de que se trate, al menos, de una de esas ciencias?

Respuesta:

La probabilidad de que sea de física es:

$$\frac{40}{120}$$

De química:

$$\frac{35}{120}$$

De ambas ciencias:

$$\frac{15}{120}$$

Por lo tanto, la probabilidad de que sea un libro, al menos, de una de esas ciencias es:

$$\frac{40}{120} + \frac{35}{120} - \frac{15}{120} = \frac{60}{120} = \frac{1}{2}$$

3) Probabilidad de que ocurra un y sólo un suceso, o A , o B, pero no ambos (P (A ∪ B) – P (A ∩ B)):

$$P((A \cup B) - (A \cap B)) = P(A) + P(B) - 2P(A \cap B)$$

Ejemplo: En un grupo de 50 estudiantes universitarios, 24 de ellos tomaron, este semestre, el curso de lógica matemática, 20 el curso de historia de la filosofía y 7 ambos cursos. Si se elige al azar uno de ellos, ¿cuál es la probabilidad de que haya tomado uno y sólo uno de esos cursos?

Agosto 2018
http://www.eneayudas.cl
matematicayciencias@gmail.com
+56998581588

Respuesta:

La probabilidad de que haya tomado el curso de lógica matemática es:

$$\frac{24}{50}$$

El curso de historia de la filosofía:

$$\frac{20}{50}$$

Ambos cursos:

$$\frac{7}{50}$$

Por lo tanto, la probabilidad de que haya tomado uno y sólo uno de los cursos ya mencionados es:

$$\frac{24}{50} + \frac{20}{50} - 2 \times \frac{7}{50} = \frac{30}{50} = \frac{3}{5}$$

4) Probabilidad de que ocurra el suceso A, pero no el suceso B ($P(A \cap B')$):

$$P(A \cap B') = P(A) - P(A \cap B)$$

Ejemplo: En una reunión de 20 personas, 12 son hombres y entre las mujeres, 5 de ellas tienen más de 40 años. Si se elige una persona al azar, ¿cuál es la probabilidad de que sea mujer no mayor de 40 años?

Respuesta:

La probabilidad de elegir una mujer es:

$$\frac{8}{20}$$

Y la probabilidad de elegir una mujer mayor de 40 años:

$$\frac{5}{20}$$

Por lo tanto, la probabilidad de elegir una mujer no mayor de 40 años es:

$$\frac{8}{20} - \frac{5}{20} = \frac{3}{20}$$

5) Probabilidad de que ocurra a lo más uno de los sucesos, o A , o B , o ninguno, pero no ambos ($P(A' \cup B')$):

$$P(A' \cup B') = 1 - P(A \cap B)$$

Ejemplo: Si se elige al azar uno de los diez dígitos, ¿cuál es la probabilidad de que sea, a lo más, par o primo?

Respuesta:

La probabilidad de que sea par y primo es:

$$\frac{1}{10} \quad (2)$$

http://www.eneayudas.cl
matematicayciencias@gmail.com
+56998581588

Por lo tanto, la probabilidad de que sea, a lo más, par o primo es:

$$1 - \frac{1}{10} = \frac{9}{10}$$

6) Probabilidad de que no ocurra el suceso A , ni tampoco el suceso B ($P(A' \cap B')$):

$$P(A' \cap B') = 1 - P(A \cup B)$$

Ejemplo: Si se elige al azar uno de los diez dígitos, ¿cuál es la probabilidad de que no sea par, ni tampoco primo?

Respuesta:

La probabilidad de que sea par es:

$$\frac{5}{10} \quad (0, 2, 4, 6 \text{ y } 8)$$

La probabilidad de que sea primo es:

$$\frac{4}{10} \quad (2, 3, 5 \text{ y } 7)$$

La probabilidad de que sea par y primo es:

$$\frac{1}{10} \quad (2)$$

La probabilidad de que sea par, o primo, o ambas propiedades, es:

$$\frac{5}{10} + \frac{4}{10} - \frac{1}{10} = \frac{8}{10}$$

Por lo tanto, la probabilidad de que no sea par, ni tampoco primo, es:

$$1 - \frac{8}{10} = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$$

7) Probabilidad condicionada

Probabilidad de que ocurra el suceso A, si ha ocurrido el suceso B ($P(A|B)$):

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \quad ; \quad P(B) \neq 0$$

Ejemplo: Calcule la probabilidad de obtener, en el lanzamiento de un dado, un número par, si ya sabemos que se ha dado un número primo.

Respuesta:

La probabilidad de obtener un número primo y par es:

$$\frac{1}{6} \quad (2)$$

La probabilidad de obtener un número primo es:

$$\frac{3}{6} \quad (2, 3 \text{ y } 5)$$

Agosto 2018
http://www.eneayudas.cl
matematicayciencias@gmail.com
+56998581588

Por lo tanto, la probabilidad de obtener, en el lanzamiento de un dado, un número par, si ya sabemos que se ha dado un número primo es:

$$\frac{\frac{1}{6}}{\frac{3}{6}} = \frac{1}{3}$$

8) Sucesos independientes

A y B son sucesos independientes, si la probabilidad de que ocurra uno de ellos, no es afectada por la ocurrencia o no ocurrencia del otro, es decir:

$$P(A|B) = P(A|B') = P(A) \;;\; P(B) \neq 0 \text{ y } P(B) \neq 1$$

Siempre se cumple que:

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

Ejemplo: Se lanza un dado «sano» tres veces seguidas, calcule la probabilidad de obtener primero un 4 , después un 3 y finalmente un 1 .

Respuesta:

Sabiendo que la probabilidad de que salga un número pedido, en el lanzamiento de un dado, es $\frac{1}{6}$, y que el resultado de un lanzamiento no depende de los anteriores, se llega a que la probabilidad pedida es:

$$\frac{1}{6} \times \frac{1}{6} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{216}$$

Ejemplo: En una bolsa hay 5 bolitas, iguales en todo, salvo que 3 son de color verde y 2 rojas. Si se saca al azar una de ellas y después se repite el proceso, calcule la probabilidad de que ambas sean verdes.

Respuesta:

La probabilidad de que la primera bolita sea verde es:

$$\frac{3}{5}$$

Si no hay reposición, quedan en la bolsa 2 verdes y 2 rojas, entonces la probabilidad de sacar nuevamente una verde es:

$$\frac{2}{4}$$

Finalmente la probabilidad de extraer 2 bolitas verdes, sin reposición, es:

$$\frac{3}{5} \times \frac{2}{4} = \frac{3}{10}$$

Pero si hay reposición, siempre quedan en la bolsa 3 verdes y 2 rojas, entonces la probabilidad de sacar nuevamente una verde es:

$$\frac{3}{5}$$

http://www.eneayudas.cl
matematicayciencias@gmail.com
+56998581588

Por lo tanto, la probabilidad de extraer 2 bolitas verdes, con reposición, es:

$$\frac{3}{5} \times \frac{3}{5} = \frac{9}{25}$$

9) Teorema de la multiplicación para la probabilidad condicionada:

A partir de la probabilidad condicionada, se llega a:

$$P(A \cap B) = P(B) \times P(A \mid B)$$

En general, si tenemos un conjunto de eventos $B_1, B_2, \ldots, B_n$, que forman una partición de U , entonces:

$$A = A \cap B_1 + A \cap B_2 + \ldots + A \cap B_n$$

Esto nos conduce a lo siguiente:

$$P(A) = P(A \cap B_1) + P(A \cap B_2) + \ldots + P(A \cap B_n)$$

Por lo tanto, aplicando la relación dada anteriormente, tenemos que:

$$P(A) = P(B_1) \times P(A \mid B_1) + P(B_2) \times P(A \mid B_2) + \ldots + P(B_n) \times P(A \mid B_n)$$

Ejemplo: Se tienen dos monedas de igual tamaño y forma, en la primera la probabilidad de que al lanzarla salga cara es $\frac{1}{3}$, y en la segunda es de $\frac{3}{5}$. Si se elige una al azar y se lanza, calcule la probabilidad de que se obtenga cara.

Respuesta:

La probabilidad de que se elija una u otra moneda es:

$$\frac{1}{2}$$

Por lo tanto, la probabilidad de que se obtenga cara es:

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} + \frac{1}{2} \times \frac{3}{5} = \frac{7}{15}$$

10) Modelo binomial (Bernoulli)

Sea n número de ensayos, p probabilidad de éxito en un intento ($0 \leq p \leq 1$) y k número de éxitos ($0 \leq k \leq n$). Según este modelo, la probabilidad de tener exactamente k éxitos en n ensayos (P_k) es:

$$P_k = \binom{n}{k} p^k (1 - p)^{n - k}$$

Donde:

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k! \times (n - k)!}$$ y se denominan coeficientes binomiales.

Agosto 2018
http://www.eneayudas.cl
matematicayciencias@gmail.com
+56998581588

Ejemplo: Se tiene una moneda tal que la probabilidad de obtener sello es $\frac{3}{5}$. ¿Cuál es la probabilidad de obtener exactamente 2 sellos al lanzar 3 veces la moneda al aire?

Respuesta:

$$P_2 = \binom{3}{2}\left(\frac{3}{5}\right)^2\left(1 - \frac{3}{5}\right)^{3-2} = \frac{3!}{2! \times 1!} \times \frac{9}{25} \times \frac{2}{5} = \frac{54}{125}$$

BIBLIOGRAFÍA

Probabilidad (curso interactivo en línea con examen incluido)

http://www.eneayudas.cl
matematicayciencias@gmail.com
+56998581588