RECTA

Ecuación principal de la recta

Dada una recta L del plano, no paralela al eje Y , su ecuación principal es de la forma:

$$y = mx + n$$

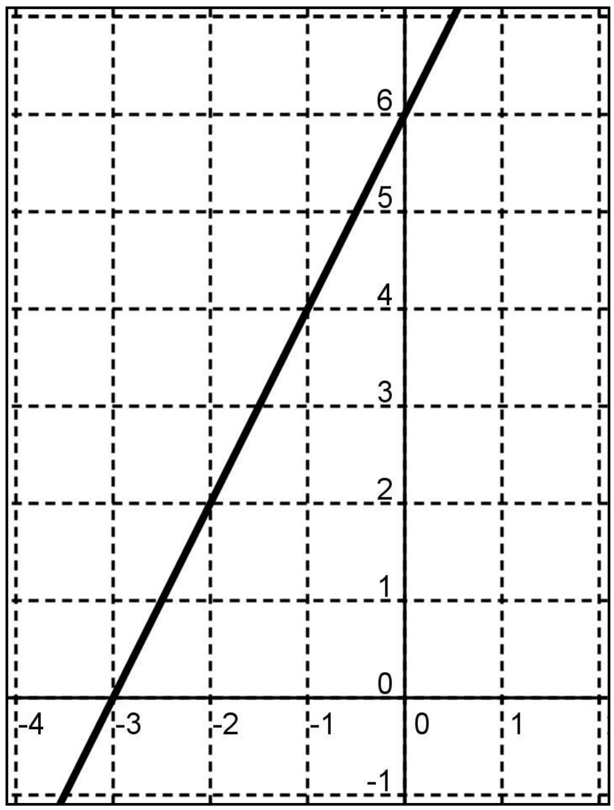
Donde:

m recibe el nombre de pendiente de la recta y es igual a la tangente del ángulo que forman la recta y el eje X.

n se denomina ordenada en el origen y es la ordenada del punto de intersección de la recta con el eje Y.

Ejemplo: Si la ecuación principal de la recta es: $y = 2x + 6$, entonces $m = 2$ y $n = 6$.

Ecuación principal de la recta: $y = 2x + 6$



Ejemplos 1

Ejercicios 1

Junio 2017
http://www.eneayudas.cl
matematicayciencias@gmail.com
+56998581588

Cálculo de la pendiente de una recta dados dos puntos de ella

Sean $P(x_1, y_1)$ y $Q(x_2, y_2)$, donde $x_2 \neq x_1$, puntos de la recta L, entonces su pendiente m está dada por:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \quad ; \quad x_2 \neq x_1$$

Ejemplo: Determine la pendiente de la recta que pasa por los puntos $P(-3, 4)$ y $Q(1, 9)$

Respuesta: La pendiente es: $m = \frac{9 - 4}{1 + 3} = \frac{5}{4}$

Ejemplos 2

Ejercicios 2

Ecuación de la recta dados su pendiente y las coordenadas de un punto de ella

Sea m la pendiente de la recta L y $P(x_1, y_1)$ un punto de ella, entonces su ecuación es:

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

A esta expresión se le denomina generalmente ecuación punto pendiente de la recta.

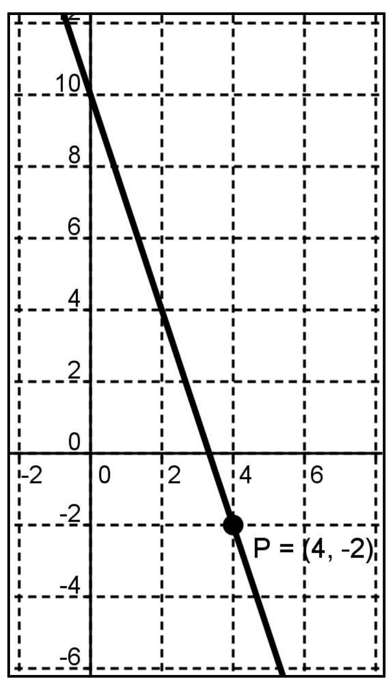
Ejemplo: Determine la ecuación principal de la recta de pendiente -3 y que pasa por el punto $P(4, -2)$.

Respuesta: La ecuación de la recta es:

$y + 2 = -3(x - 4)$

$y = -3x + 10$

Ecuación principal de la recta: $y = -3x + 10$



Ejemplos 3

Ejercicios 3

© NELSON LILLO TERÁN
Junio 2017
http://www.eneayudas.cl
matematicayciencias@gmail.com
+56998581588

Ecuación de la recta dadas las coordenadas de dos puntos de ella

Sean $P(x_1, y_1)$ y $Q(x_2, y_2)$ dos puntos de la recta L . Su ecuación es de la forma:

$$\frac{y - y_1}{x - x_1} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \qquad , \text{si } x_2 \neq x_1$$

$$x = x_1 \qquad , \text{si } x_2 = x_1$$

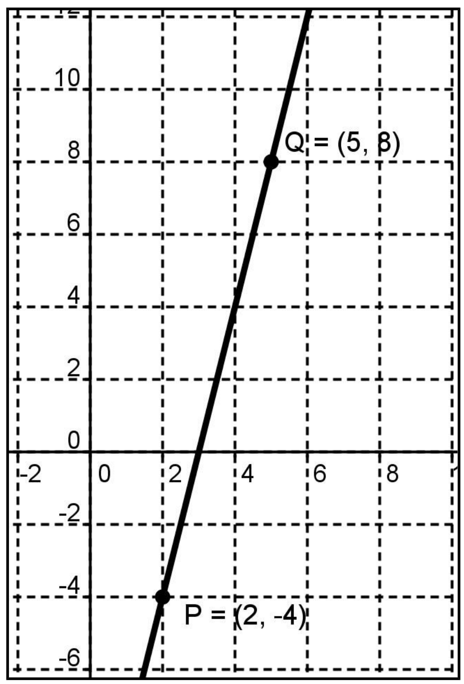
Ejemplo: Determine la ecuación principal de la recta que pasa por los puntos $P(2, -4)$ y $Q(5, 8)$.

Respuesta: La ecuación de la recta es:

$$\frac{y + 4}{x - 2} = \frac{8 + 4}{5 - 2}$$

$$y = 4x - 12$$

Ecuación principal de la recta: $y = 4x - 12$



Ejemplos 4

Ejercicios 4

Junio 2017
http://www.eneayudas.cl
matematicayciencias@gmail.com
+56998581588

Ecuación simétrica de la recta

Sea L una recta del plano que no pasa por el origen (0 , 0). Sean A (a , 0) y B (0 , b) los puntos de intercepción de L con los ejes X e Y respectivamente. Su ecuación simétrica es:

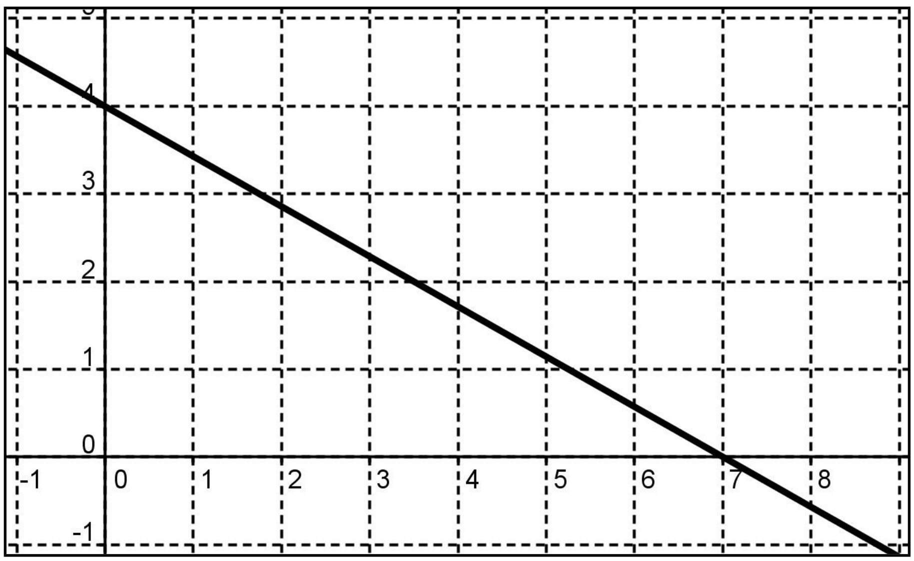
$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1 \quad ; \quad a\,b \neq 0$$

Ejemplo: Determine la ecuación simétrica de la recta que pasa por los puntos: A (7 , 0) y B (0 , 4).

Respuesta: La ecuación simétrica de la recta es:

$$\frac{x}{7} + \frac{y}{4} = 1$$

Ecuación simétrica de la recta: $\frac{x}{7} + \frac{y}{4} = 1$



Ejemplos 5

Ejercicios 5

© NELSON LILLO TERÁN
Junio 2017
http://www.eneayudas.cl
matematicayciencias@gmail.com
+56998581588

Ecuación general de la recta

La ecuación general de una recta del plano es de la forma:

$$A\,x + B\,y + C = 0 \quad , \text{donde } A^2 + B^2 \neq 0$$

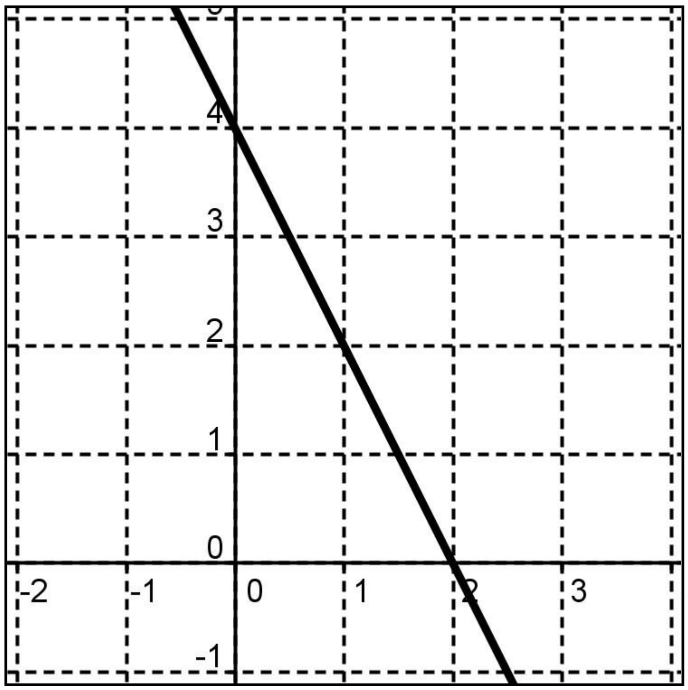
Observación: Cada recta del plano, no paralela al eje Y , tiene una y sólo una ecuación principal, y si no pasa por el origen, tiene una y sólo una ecuación simétrica. En cambio tiene infinitas ecuaciones generales.

Ejemplo: $4\,x + 2\,y - 8 = 0$

$8\,x + 4\,y - 16 = 0$

son ecuaciones generales de la misma recta.

Ecuación general de la recta: $4\,x + 2\,y - 8 = 0$



Ejemplos 6

Ejercicios 6

Ángulo formado por dos rectas secantes

El ángulo θ formado por las rectas secantes L_1 y L_2, de pendientes m_1 y m_2, respectivamente, se calcula así:

$$\theta = \begin{cases} tg^{-1}\left[\dfrac{m_2 - m_1}{1 + m_1 \times m_2}\right] & ; \text{ si } m_1 \times m_2 \neq -1 \\ \\ 90^{\circ} & ; \text{ si } m_1 \times m_2 = -1 \end{cases}$$

Esto fundamenta lo que se trata a continuación:

Rectas paralelas, rectas secantes y rectas perpendiculares

Sean L_1 y L_2 dos rectas cualesquiera del plano, con sus respectivas ecuaciones principales:

$L_1 : y = m_1 x + n_1$ y $L_2 : y = m_2 x + n_2$, entonces:

$$L_1 \parallel L_2 \iff m_1 = m_2 \wedge n_1 \neq n_2$$

$$L_1 \perp L_2 \iff m_1 \times m_2 = -1$$

Observación: Si $m_1 \neq m_2$, entonces L_1 y L_2 son secantes. Para determinar las coordenadas del punto de intercepción, debe resolverse el sistema formado por las ecuaciones de ambas rectas.

Ejemplo: Dadas las ecuaciones principales de las siguientes rectas:

$L_1 : y = \frac{1}{2} x + 3$, $L_2 : y = -2x - 7$ y $L_3 : y = \frac{1}{2} x - 2$, determine el (los) punto (s) de intercepción de L_1 con las otras dos rectas.

Respuesta: $L_1 \parallel L_3 \Rightarrow L_1 \cap L_3 = \varnothing$ (sus pendientes son iguales)

$L_1 \perp L_2 \Rightarrow L_1 \cap L_2 = \{ P \}$

Para determinar las coordenadas de P se tiene que resolver el sistema:

$$\left. \begin{array}{l} y = \frac{1}{2} x + 3 \\ y = -2x - 7 \end{array} \right\}$$

$$\frac{1}{2} x + 3 = -2x - 7$$

$$x + 6 = -4x - 14$$

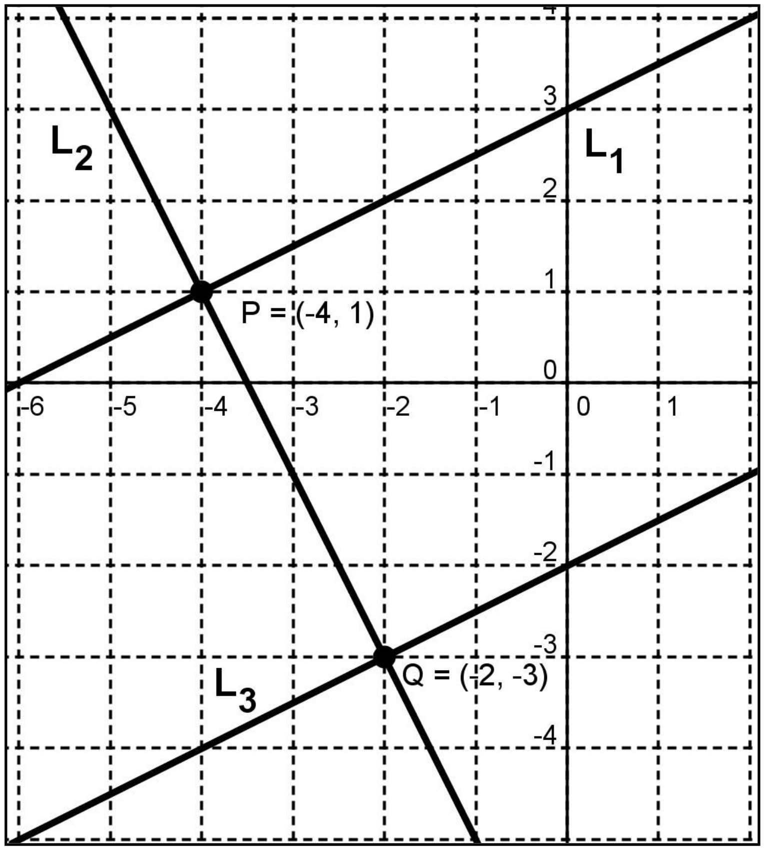
$$x = -4 \Rightarrow y = 1$$

$\therefore$ Las coordenadas del punto de intercepción son $P(-4, 1)$

Ecuaciones principales de las rectas:

$$L_1 : y = \frac{1}{2} x + 3 \quad , \quad L_2 : y = -2x - 7 \quad y \quad L_3 : y = \frac{1}{2} x - 2$$

© NELSON LILLO TERÁN
Junio 2017
http://www.eneayudas.cl
matematicayciencias@gmail.com
+56998581588



© NELSON LILLO TERÁN
Junio 2017
http://www.eneayudas.cl
matematicayciencias@gmail.com
+56998581588