SUMATORIA (EJEMPLOS)

A) Calcule directamente:

1)

$$\sum_{k=1}^{5} k =$$

Respuesta:

$$\sum_{k=1}^{5} k = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15$$

2)

$$\sum_{k=1}^{5} (2k - 1) =$$

Respuesta:

$$\sum_{k=1}^{5} (2k - 1) = 1 + 3 + 5 + 7 + 9 = 25$$

3)

$$\sum_{k=1}^{5} 2k =$$

Respuesta:

$$\sum_{k=1}^{5} 2k = 2 + 4 + 6 + 8 + 10 = 30$$

4)

$$\sum_{k=1}^{5} k^2 =$$

Respuesta:

$$\sum_{k=1}^{5} k^2 = 1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 = 55$$

5)

$$\sum_{k=1}^{5} k^3 =$$

Respuesta:

$$\sum_{k=1}^{5} k^3 = 1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + 5^3 = 225$$

Agosto 2018
http://www.eneayudas.cl
matematicayciencias@gmail.com
+56998581588

Calcule usando fórmulas:

1) $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 =$

Conociendo la fórmula:

$$\sum_{k=1}^{n} k = \frac{n(n+1)}{2}$$

Se aplica de esta forma:

$$\sum_{k=1}^{10} k = \frac{10(10+1)}{2} = 55$$

2) $1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 + 6^2 + 7^2 + 8^2 + 9^2 + 10^2 =$

Conociendo la fórmula:

$$\sum_{k=1}^{n} k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

Se aplica de esta forma:

$$\sum_{k=1}^{10} k^2 = \frac{10(10+1)(2\times 10+1)}{6} = 385$$

3) $1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + 5^3 + 6^3 + 7^3 + 8^3 + 9^3 + 10^3 =$

Conociendo la fórmula:

$$\sum_{k=1}^{n} k^3 = \left[\frac{n(n+1)}{2}\right]^2$$

Se aplica de esta forma:

$$\sum_{k=1}^{10} k^3 = \left[\frac{10(10+1)}{2}\right]^2 = 55^2 = 3.025$$

Agosto 2018
http://www.eneayudas.cl
matematicayciencias@gmail.com
+56998581588

4) $1^2 + 3^2 + 5^2 + 7^2 + 9^2 =$

$$\sum_{k=1}^{5}(2k-1)^2 = \sum_{k=1}^{5}\left(4k^2 - 4k + 1\right)$$

$$= 4\sum_{k=1}^{5}k^2 - 4\sum_{k=1}^{5}k + \sum_{k=1}^{5}1$$

$$= 4\times\frac{5(5+1)(2\times5+1)}{6} - 4\times\frac{5(5+1)}{2} + 5$$

$$= 4\times55 - 4\times15 + 5$$

$$= 165$$

En este ejercicio se aplicaron las propiedades aditiva y homogénea, y las fórmulas vistas anteriormente.

5) $\frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \frac{1}{30} + \frac{1}{42} + \frac{1}{56} =$

$$\frac{1}{1\times2} + \frac{1}{2\times3} + \frac{1}{3\times4} + \frac{1}{4\times5} + \frac{1}{5\times6} + \frac{1}{6\times7} + \frac{1}{7\times8} =$$

$$\frac{1}{k(k+1)} = \frac{1}{k} - \frac{1}{k+1}$$

$$\sum_{k=1}^{7}\frac{1}{k(k+1)} = \sum_{k=1}^{7}\left[\frac{1}{k} - \frac{1}{k+1}\right] = \frac{1}{1} - \frac{1}{7+1} = 1 - \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$$

En este ejercicio se aplicó la propiedad telescópica.

6) $10^2 + 11^2 + 12^2 + 13^2 + 14^2 + 15^2$

Conociendo la fórmula:

$$\sum_{k=m}^{n}a_k = \sum_{k=1}^{n}a_k - \sum_{k=1}^{m-1}a_k \qquad (1 < m < n)$$

Se aplica de esta forma:

$$\sum_{k=1}^{15}k^2 - \sum_{k=1}^{9}k^2 = \frac{15(15+1)(2\times15+1)}{6} - \frac{9(9+1)(2\times9+1)}{6}$$

$$= 5\times8\times31 - 3\times5\times19$$

$$= 955$$

Agosto 2018
http://www.eneayudas.cl
matematicayciencias@gmail.com
+56998581588