

## TRANSFORMACIONES ISOMÉTRICAS

### TRASLACIÓN

Cuando una figura se traslada en una cierta dirección, solamente tiene un cambio de posición. Esto equivale a decir que la nueva figura es congruente con la inicial.

Si un punto  $A(x, y)$ , de la figura, se traslada a la posición  $A'(x', y')$ , entonces cada punto de ella,  $P(u, v)$ , se traslada a la posición  $P'(u + h, v + k)$ , donde:  $h = x' - x$  y  $k = y' - y$ .

También se puede decir que a cada punto de la figura, se le aplica el vector traslación:  $v(h, k)$ .

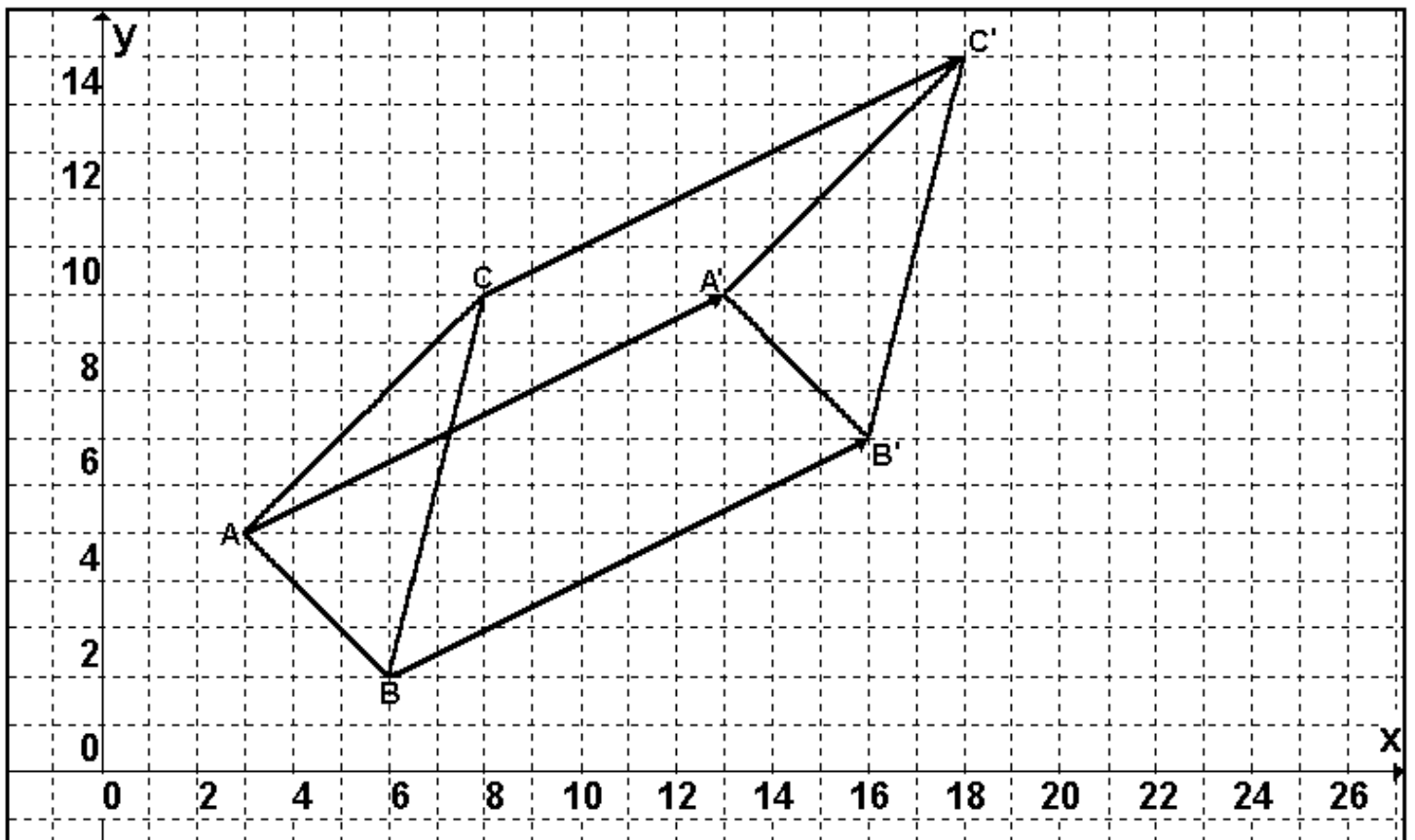
Ejemplo: Si por traslación del triángulo  $ABC$ , el vértice  $A(3, 5)$ , toma la posición  $A'(13, 10)$ , entonces el vector traslación es:

$$v(13 - 3, 10 - 5) = v(10, 5)$$

Por lo tanto, las coordenadas de los vértices  $B'$  y  $C'$  son:

$$B'(6 + 10, 2 + 5) = B'(16, 7)$$

$$C'(8 + 10, 10 + 5) = C'(18, 15)$$



© NELSON LILLO TERÁN

Noviembre 2017

<http://www.eneayudas.cl>

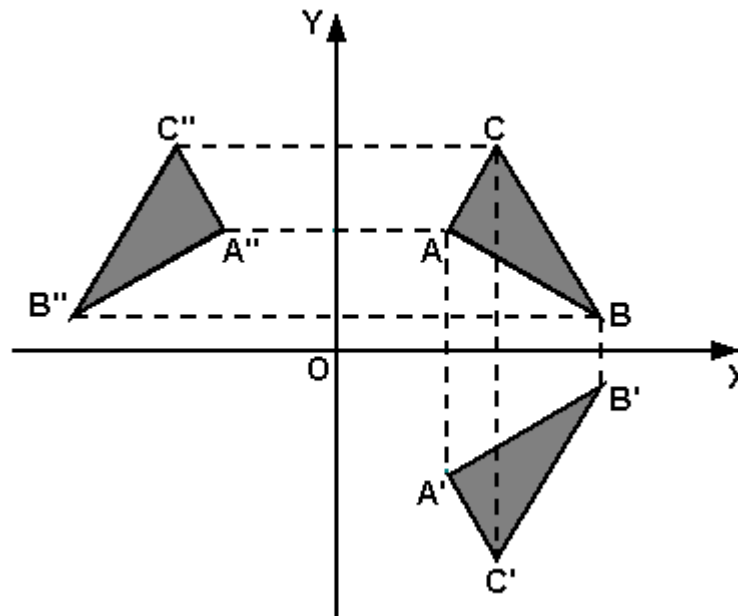
[matematicayciencias@gmail.com](mailto:matematicayciencias@gmail.com)

+56998581588

## SIMETRÍA

### SIMETRÍA AXIAL

Cuando existe simetría con respecto a un trazo o una recta, se habla de simetría axial. Ese trazo o esa recta reciben el nombre de eje de simetría. Este eje es simetral del trazo formado por un punto de la figura y su correspondiente en la imagen reflexiva. En el ejemplo dado en la siguiente figura, los ejes coordenados son ejes de simetría y los triángulos  $A'B'C'$  y  $A''B''C''$  son imágenes reflexivas del triángulo  $ABC$ , con respecto a los ejes  $X$  e  $Y$ , respectivamente. El eje  $X$  es simetral de los trazos  $\overline{AA'}$ ,  $\overline{BB'}$  y  $\overline{CC'}$ . El eje  $Y$  es simetral de los trazos  $\overline{AA''}$ ,  $\overline{BB''}$  y  $\overline{CC''}$ .



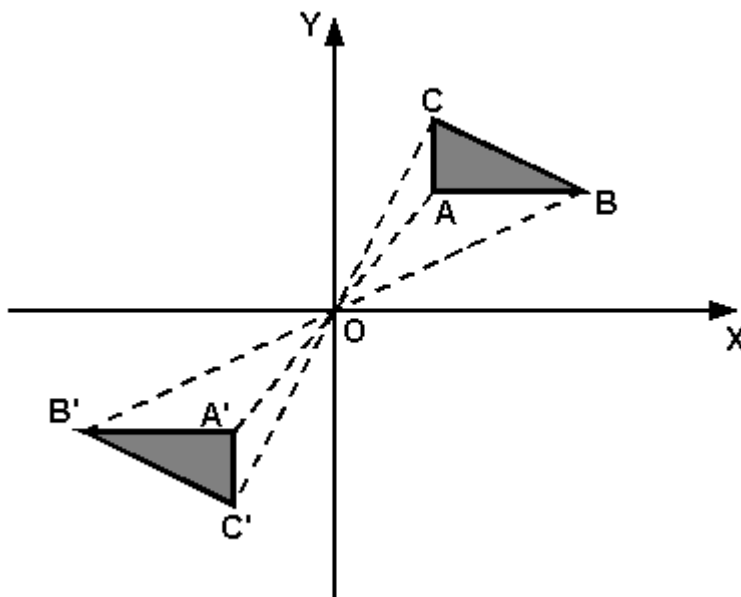
Si las coordenadas de  $A$  son  $(x, y)$ , entonces las coordenadas de los otros puntos son  $A'(x, -y)$  y  $A''(-x, y)$ .

En general, si la imagen reflexiva, con respecto a un eje de simetría, del punto  $A$  es  $A'$ , entonces:

EJE DE SIMETRÍA	PUNTO A	IMAGEN A'	PROPIEDAD
$L \parallel \text{Eje X } (y = k)$	$(x, y)$	$(x, y')$	$\frac{y + y'}{2} = k$
$L \parallel \text{Eje Y } (x = h)$	$(x, y)$	$(x', y)$	$\frac{x + x'}{2} = h$

## SIMETRÍA CENTRAL

Cuando existe simetría con respecto a un punto, se habla de simetría central. Ese punto recibe el nombre de centro de simetría. En la figura siguiente el origen del sistema coordenado,  $O(0, 0)$ , es centro de simetría y es el punto medio de los trazos  $\overline{AA'}$ ,  $\overline{BB'}$  y  $\overline{CC'}$ .



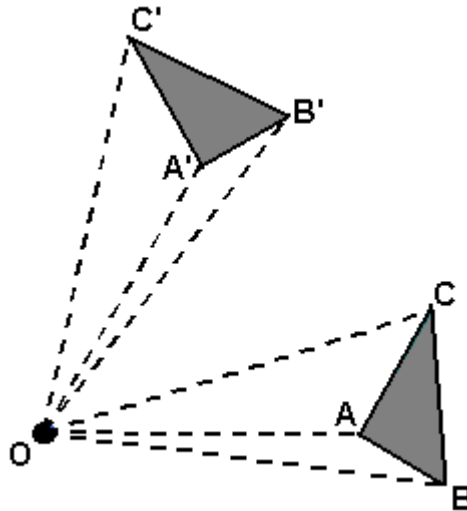
Si las coordenadas de  $A$  son  $(x, y)$ , entonces las coordenadas de  $A'$  son  $(-x, -y)$ .

En general, si la imagen reflexiva, con respecto a un centro de simetría, del punto  $A$  es  $A'$ , entonces:

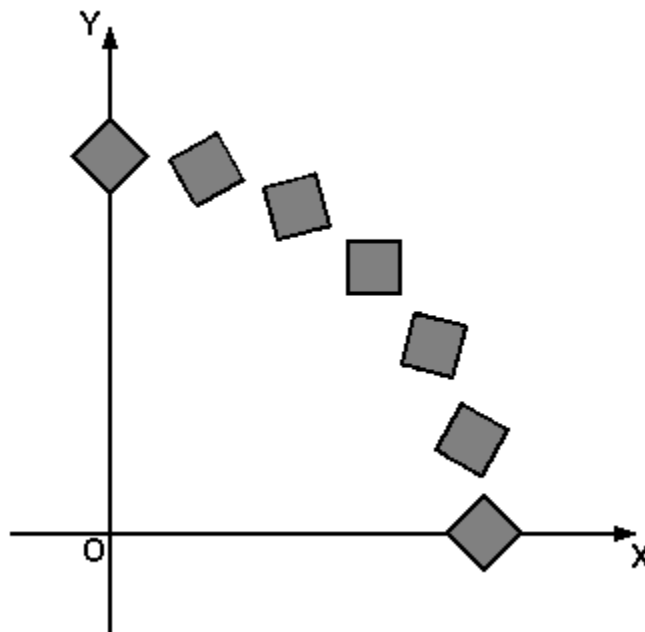
CENTRO DE SIMETRÍA	PUNTO A	PUNTO A'	PROPIEDADES
$C(h, k)$	$(x, y)$	$(x', y')$	$\frac{x+x'}{2} = h$ $\frac{y+y'}{2} = k$

## ROTACIÓN

Al rotar una figura geométrica con respecto a un punto llamado centro de rotación, se conserva cada medida lineal y cada medida angular de ella. Además, las distancias de cada punto de esa figura al centro de rotación, no varían. En la figura siguiente, el triángulo ABC rota  $60^\circ$  con respecto al punto O ( centro de rotación ). Los triángulos ABC y A'B'C' son congruentes. Además:  $OA = OA'$  ,  $OB = OB'$  y  $OC = OC'$  .



Rotación de un cuadrado en  $15^\circ$  ,  $30^\circ$  ,  $45^\circ$  ,  $60^\circ$  ,  $75^\circ$  y  $90^\circ$  , teniendo como centro de rotación al origen del sistema coordenado ( O ).



Si las coordenadas de un punto de una figura son  $A ( x , y )$  y después de la rotación, en un ángulo  $\theta$  , se transforman en  $A' ( x' , y' )$  , entonces:

$$x' = x \cos \theta - y \operatorname{sen} \theta$$

$$y' = x \operatorname{sen} \theta + y \cos \theta$$

A continuación, se da una pequeña tabla:

ÁNGULO DE ROTACIÓN ( $\theta$ )	COORDENADAS DE A	COORDENADAS DE A'
$90^\circ$	$( x , y )$	$( - y , x )$
$180^\circ$	$( x , y )$	$( - x , - y )$
$270^\circ$	$( x , y )$	$( y , - x )$

Ejemplo: Si el punto  $A ( 4 , 3 )$  tiene una rotación de  $90^\circ$  ,  $180^\circ$  y  $270^\circ$  , teniendo como eje de rotación el origen  $O ( 0 , 0 )$  , llega a las posiciones  $B ( - 3 , 4 )$  ,  $C ( - 4 , - 3 )$  y  $D ( 3 , - 4 )$  , respectivamente.

#### BIBLIOGRAFÍA

[Transformaciones isométricas \( recursos interactivos en línea \)](#)